

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЗНАНИЙ РАЗДЕЛОВ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ НА ИЗУЧЕНИЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В ИНЖЕНЕРНЫХ ВУЗАХ

*Study of the Impact of Knowledge Sections of Elementary  
Mathematics on the Study of Higher Mathematics in Engineering  
Universities*

**Petr Gerasimenko**

Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University,  
Russian Federation

**Valentin Khodakovskiy**

Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University,  
Russian Federation

**Sergey Verteshev**

Pskov State University, Russian Federation

**Sergey Lyokhin**

Pskov State University, Russian Federation

**Alexander Khvattcev**

Pskov State University, Russian Federation

**Abstract.** *The article presents the results of the study of the impact of knowledge sections of elementary mathematics on the study of higher mathematics by students of Pskov State University. The analysis is based on the knowledge of the elementary mathematics sections tested on a unified state exam (USE). The most important sections of USE's monitoring materials have been identified for the study. The results of these assignments are given to school leavers who have enrolled in 2018 and 2019 at Pskov State University. The regression analysis method examined the impact of USE results on higher mathematics by students studying at the university's technical areas. The regression rate, which indicates the strength of the link between the results of higher and elementary mathematics, is about 40%. Recommendations are made for the organization of the educational process of studying higher mathematics, taking into account the low level of knowledge of school mathematics entering the first year of the university.*

**Keywords:** *elementary mathematics, higher mathematics, linear regression, Statistics, Unified State Exam.*

## **Введение** ***Introduction***

Современный инженер должен владеть информационными технологиями и быть способен осуществлять системный анализ и прогноз в определённой практической области (Verteshev, Gerasimenko, & Lyokhin, 2017). Этими технологиями невозможно овладеть без фундаментальной математической подготовки (Gerasimenko, Khodakovskiy, Kudarov, Bubnov, & Khvattcev, 2017).

Успехи в изучении высшей математики в университете определяются организацией учебного процесса, учебными программами математических дисциплин, формами промежуточного и текущего контроля освоения дисциплины, мотивацией студентов к изучению дисциплины и целым рядом других причин, в том числе и случайных. Одной из важнейших причин мотивации является уровень школьной математической подготовки первокурсников. Таким образом, отбор материала в программу вступительных испытаний, а также отбор абитуриентов, наиболее успешно освоивших школьный курс математики, является важнейшей задачей на этапе формирования контингента первого курса (Blagoveshenskaya, Gerasimenko, & Khodakovskiy, 2017).

Не менее важной задачей является и изучение влияния знаний разделов элементарной математики на изучение высшей математики. По этой причине тема предлагаемого исследования, безусловно, является актуальной. В основу этого исследования положена методика, ранее представленная авторами (Gerasimenko, Khodakovskiy, Verteshev, Lyokhin, & Khvattcev, 2019).

### **Структура единого государственного экзамена (ЕГЭ) по математике** ***Structure of Unified State Exam in Mathematics (USE)***

Псковская область является одним из первых регионов Российской Федерации, где стали проводить единый государственный экзамен (ЕГЭ). ЕГЭ по математике в Псковской области проводится с 2002 года.

В настоящее время ЕГЭ по математике является обязательным, при этом выпускники средней школы могут выбрать один из двух уровней: базовый или профильный. Для получения аттестата о среднем образовании можно сдать или базовый, или профильный уровень. Для поступления в университет, в котором математика входит в перечень вступительных испытаний, принимаются только результаты сдачи профильного уровня, при этом фиксирован нижний уровень набранных баллов за правильно решённые задания.

Целью представленного исследования является установление влияния результатов тестирования отдельных разделов элементарной математики на освоение высшей математики студентами вузов. Для его проведения в работе потребовалось оценить значимость различных разделов заданий контрольно измерительных материалов (КИМ) ЕГЭ на успешное изучение высшей математики.

КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня состоят из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности, числу заданий и формой представления ответов. Первая часть содержит 8 заданий базового уровня. Участники ЕГЭ должны представить письменные ответы на условия задания в кратком виде, а именно записать численный ответ в нужном формате в специальный бланк. Краткую характеристику этих заданий можно представить в следующем виде.

Задание №1 включает задачу практической математики, которая требует продемонстрировать умения выполнять алгебраические действия с действительными числами. В задании №2 необходимо выполнить анализ данных, представленных в виде диаграммы. Задание №3 требует нахождения геометрических характеристик плоских фигур, изображённых на клетчатой бумаге. Согласно заданию №4 участники ЕГЭ должны продемонстрировать умение вычислять вероятность наступления некоторого события, используя классическое определение. В задании №5 требуется решить простейшее уравнение (логарифмическое, иррациональное, показательное или тригонометрическое). Задание №6 представляет простейшую задачу по планиметрии, которая включает измерение центральных углов; углов, вписанных в окружность; свойства углов и сторон правильных многоугольников, вписанных в окружность или описанных около неё; решение прямоугольных треугольников и т.п. Для выполнения задания №7 необходимы знания из математического анализа, а точнее умение использовать понятие производной для описания свойств функции. Наконец задание №8 содержит простейшую задачу по стереометрии, заключающуюся в нахождении геометрических характеристик многогранников и так называемых круглых тел.

Вторая часть содержит 11 заданий повышенного и высокого уровня сложности. В свою очередь эти 11 заданий по форме представления ответов также разбиты на две части. Задачи 9 – 12 требуют представления ответов в краткой форме, которые записываются на тех же бланках, что и ответы на первые восемь задач. Задачи с 13 по 19 требуют развёрнутого представления ответов.

Задание №9 это задача на выполнение алгебраических действий со степенями с одинаковыми основаниями. Задание №10 относится к задачам с практическим содержанием, в которых требуется продемонстрировать умение работать с формулами, которые представляют математическую модель

некоторого физического явления. Задание №11 – это сюжетная задача на движение, совместную деятельность, концентрацию сплавов или растворов и т.п. Требуется составить и решить нужную систему уравнений. Задание №12 представляет стандартную задачу на исследование экстремумов функций или нахождение наибольшего или наименьшего значений функции на заданном отрезке. Решение этой задачи предполагает вычисление производной, нахождение стационарных точек, принадлежащих отрезку, и вычисление значений функции в стационарных точках и на концах отрезка.

Семь задач с развёрнутым ответом, из которых 5 являются задачами повышенного уровня сложности, а две – высокого уровня сложности, по числу первичных баллов разбиваются на три группы. Правильное решение заданий 13–15 может быть оценено по два балла, решение 16 и 17 заданий – по три балла, а решение 18 и 19 заданий – по четыре балла.

Задание №13 требует решить логарифмическое или показательное уравнение, которое в конечном итоге сводится к тригонометрическому уравнению, а также отобрать корни этого уравнения, принадлежащие заданному промежутку.

Задание №14 представляет стереометрическую задачу, где требуется построить требуемое сечение многогранника и вычислить значение некоторой геометрической величины. Многие задачи могут быть решены с помощью координатного метода.

Задание №15 заключается в решении неравенства с нахождением области допустимых значений переменного. Для решения этой задачи обычно требуются знания свойств показательной или логарифмической функций, умение оперировать с модулем, уметь сводить исходное неравенство к рациональному неравенству. Необходимы также навыки решения неравенств методом интервалов.

Задание №16 – это задача по планиметрии. Она состоит из двух частей. В первой части требуется доказать некоторое утверждение, используя известные теоремы из планиметрии, включая признаки равенства треугольников, признаки подобия треугольников и т.п. Во второй части требуется вычислить значение некоторой геометрической величины, причём это значение может быть найдено как с использованием доказанного в первой части факта, так и без его использования. Это обстоятельство влияет на количество начисляемых тестовых баллов.

Задание №17 представляет собой задачу экономического содержания. Обычно здесь описывается некоторый процесс управлением взятого в банке кредита или процесс управления банковским вкладом. Решение задачи заключается в построении математической модели, которая сводится к алгебраическому уравнению, и нахождении решения этого уравнения.

Задание №18 включает задачу с параметром. При решении этой задачи рекомендуется воспользоваться геометрической интерпретацией условий задания. Задание №19 – логическая задача олимпиадного типа, сводящаяся к анализу данных.

Подробный разбор заданий КИМ ЕГЭ по математике и анализ характерных ошибок, совершаемых выпускниками школ Псковской области, представлен в (Khvattcev, 2019).

### **Описание процесса анализа** *Description of the analysis process*

Приведённый выше обзор КИМ ЕГЭ по математике позволяет сформулировать следующий вывод: наиболее важными для целей нашего исследования являются задания 4, 7, 12 и задания 13 – 19, требующие развёрнутого ответа. Задания 4,7 и 12 касаются разделов высшей математики, которые в обязательном порядке изучаются студентами технических направлений университетов. Задания 13 – 19 требуют обоснованного и лаконичного, а иногда, как в заданиях 18 и 19, оригинального решения. Для решения этих заданий недостаточно знать некоторое количество формул и теорем, а требуется умение выстраивать строгие логические связи между этими формулами и теоремами, построение алгоритма решения. Наконец, решение таких задач предполагает наличие у школьников и студентов развитого абстрактного мышления и пространственного воображения (Gerasimenko, 2010).

Из таблицы 1, в которой представлены результаты тестирования в ходе ЕГЭ перечисленных разделов элементарной математики в целом по Псковской области, можно легко обнаружить весьма низкий уровень баллов ЕГЭ, значимых для изучения высшей математики и последующих дисциплин математического цикла.

*Таблица 1. Результаты выполнения отдельных тестовых заданий ЕГЭ (математика профильная) по Псковской области (в заданиях 13 – 19 указан процент участников ЕГЭ, набравших хотя бы один балл по заданию)*

*Table 1 The results of individual test tasks of EGE (mathematics profile) in the Pskov region (in the tasks 13 - 19 Percentage of USE participants who scored at least one point on the task)*

год № задания	2016	2017	2018	2019	Среднее значение
4	82,03	85,09	82,09	95,22	86,11
7	38,34	71,00	50,38	71,71	57,86
12	44,46	47,90	47,97	47,03	46,84
13	45,64	45,34	29,34	42,62	40,74
14	2,67	9,64	11,08	8,83	8,06

15	12,64	10,08	9,41	17,95	12,52
16	2,17	1,10	15,61	2,24	5,28
17	8,18	10,03	3,55	16,14	9,48
18	1,73	2,20	1,32	1,66	1,73
19	22,31	17,46	3,14	9,04	12,99
Средний балл по максимальной 100 балльной шкале	26,017	29,984	25,389	31,244	28,16

Далее в работе исследуется влияние этих результатов на изучение высшей математики на технических направлениях в Псковском государственном университете (Таблица 2).

*Таблица 2. Первичные и тестовые баллы 2018 года. Оценки высшей математики*  
*Table 2 Primary and test scores of 2018. Higher Mathematics Assessments*

Номер по порядку студента	Тема раздела. Первичный балл по номерам заданий ЕГЭ.											Балл по ЕГЭ			Оценка на экзамене по предмету		
	4. Теория вероятностей	7. Производная	12. Экстремумы	13. Тригонометрия	14. Стереометрия	15. Неравенства	16. Планиметрия	17. Экономика	18. Параметры	19. Анализ данных	Средняя оценка за задание	За задания 1-19	За задания 1-11	За задания 12-19	Линейная алгебра	Мат. анализ	Средняя оценка
1	1	1	1	2	1	2	0	3	0	2	<b>1,3</b>	84	34	50	4	4	<b>4</b>
2	1	1	1	2	1	2	0	3	0	1	<b>1,2</b>	82	37	45	4	5	<b>4,5</b>
3	1	1	1	2	0	2	0	0	0	0	<b>0,7</b>	74	54	20	3	4	<b>3,5</b>
4	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	<b>0,3</b>	62	62	0	3	3	<b>3</b>
5	1	1	1	2	0	0	0	0	0	0	<b>0,5</b>	70	60	10	3	4	<b>3,5</b>
6	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	<b>0,3</b>	62	62	0	3	3	<b>3</b>
7	1	1	0	1	1	2	0	0	0	0	<b>0,6</b>	56	36	20	2	3	<b>2,5</b>
8	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	<b>0,3</b>	56	51	5	3	2	<b>2,5</b>
9	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	<b>0,3</b>	39	39	0	2	2	<b>2</b>
10	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	<b>0,5</b>	55	45	10	2	3	<b>2,5</b>
11	1	1	1	2	1	2	2	3	0	1	<b>1,4</b>	82	27	55	5	5	<b>5</b>
12	1	1	1	2	0	0	0	0	0	0	<b>0,5</b>	70	60	10	4	4	<b>4</b>
13	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	<b>0,5</b>	72	62	10	4	4	<b>4</b>
14	1	1	1	2	0	0	0	0	0	0	<b>0,5</b>	70	60	10	3	3	<b>3</b>
15	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	<b>0,3</b>	62	62	0	3	3	<b>3</b>
16	1	1	1	2	0	0	0	0	1	0	<b>0,6</b>	61	46	15	3	3	<b>3</b>
17	1	1	1	2	1	2	0	3	1	0	<b>1,2</b>	82	37	45	4	3	<b>3,5</b>

18	1	1	1	2	0	0	0	0	0	0	0,5	70	60	10	4	4	4
19	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0,3	62	62	0	3	3	3
20	1	1	1	1	1	1	1	1	2	0	1	78	48	30	4	5	4,5
21	1	1	1	2	0	2	0	3	0	0	1	80	45	35	5	5	5
22	1	0	1	2	2	2	3	3	0	2	1,6	86	16	70	5	5	5
23	1	1	1	2	0	2	0	1	0	0	0,8	78	53	25	4	3	3,5
24	1	1	1	1	0	2	0	0	0	0	0,6	70	55	15	3	3	3
25	1	1	1	2	0	2	0	0	0	0	0,7	74	54	20	4	3	3,5
26	1	0	1	2	0	2	0	0	0	1	0,7	74	49	25	4	4	4
27	1	1	0	2	0	2	0	0	0	2	0,8	78	48	30	4	3	3,5
28	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0,5	56	46	10	3	3	3
29	1	1	1	2	0	2	0	0	0	0	0,7	72	52	20	4	4	4
30	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0,5	55	45	10	3	2	2,5

Таблица 2 формируется на основании тестового балла по первичному баллу (Таблица 3). Анализ результатов ЕГЭ показывает, что при переводе первичных баллов в 100 балльную шкалу один первичный балл в среднем приравнивается к пяти – шести баллам по 100 балльной шкале. Максимальное количество первичных баллов, которое можно заработать за абсолютно правильное решение всех задач с развёрнутым ответом, составляет 20 баллов. В таблице 3 представлена шкала перевода первичных баллов в тестовые по 100 балльной шкале.

Таблица 3. Соответствие первичного и тестового баллов по 100 балльной шкале.  
Table 3 Matching primary and test scores on a 100-point scale.

Первичный балл	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Тестовый балл	0	5	9	14	18	23	27	33	39	45	50	56	62	68	70	75	74
Первичный балл	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	
Тестовый балл	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	99	100	100	100	

На основании данных таблиц 2 и 3 на рисунках 1 – 3 представлены зависимости тестовых баллов от первичных баллов для различных групп заданий ЕГЭ.

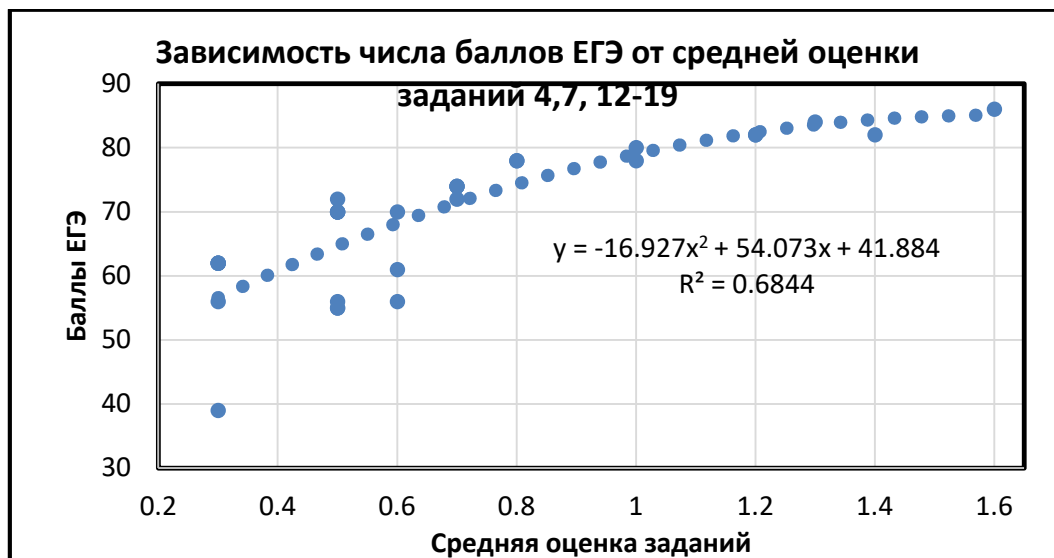


Рисунок 1. Зависимость числа баллов ЕГЭ от средней оценки заданий 4,7, 12-19  
Figure 1 USE score to average job score of 4.7, 12-19

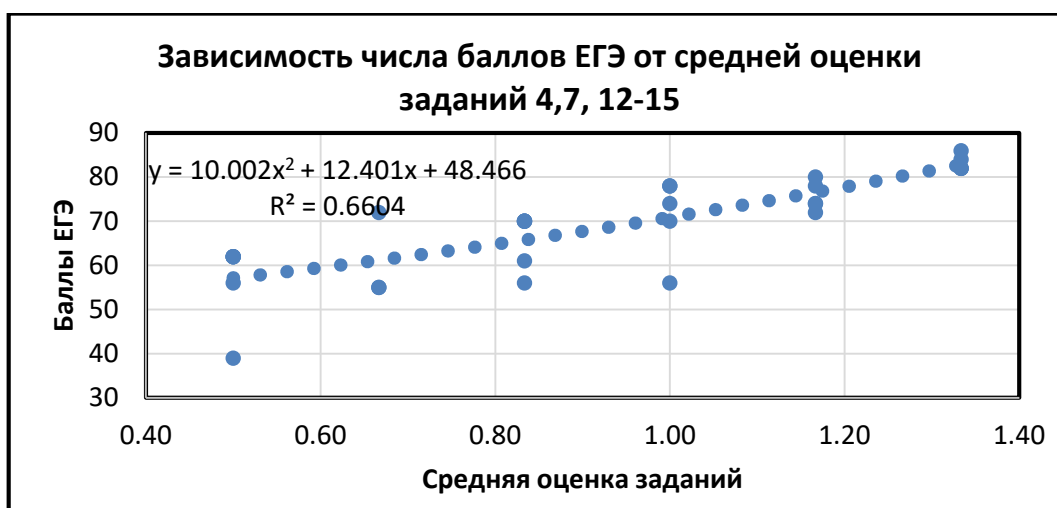


Рисунок 2. Зависимость числа баллов ЕГЭ от средней оценки заданий 4,7, 12-15  
Figure 2 USE score to average job score of 4.7, 12-15



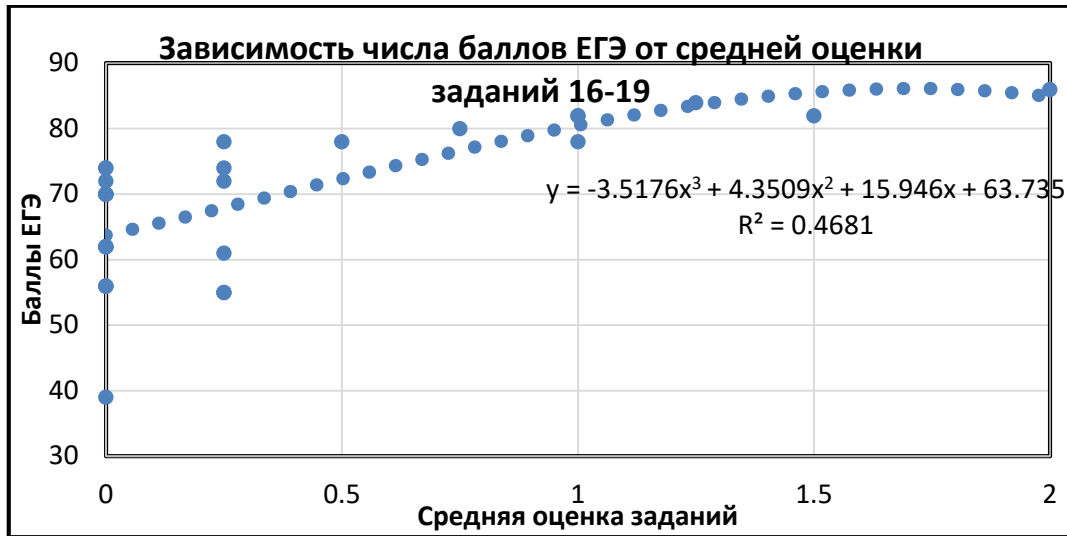


Рисунок 3. Зависимость числа баллов ЕГЭ от средней оценки заданий 16-19  
 Figure 3 USE score dependence on average job score 16-19

Анализ представленных зависимостей показывает, что тестовые баллы формируются не равнозначным масштабом для всех заданий. Это подтверждают зависимости суммарных тестовых баллов от тестовых баллов ЕГЭ отдельных групп заданий.

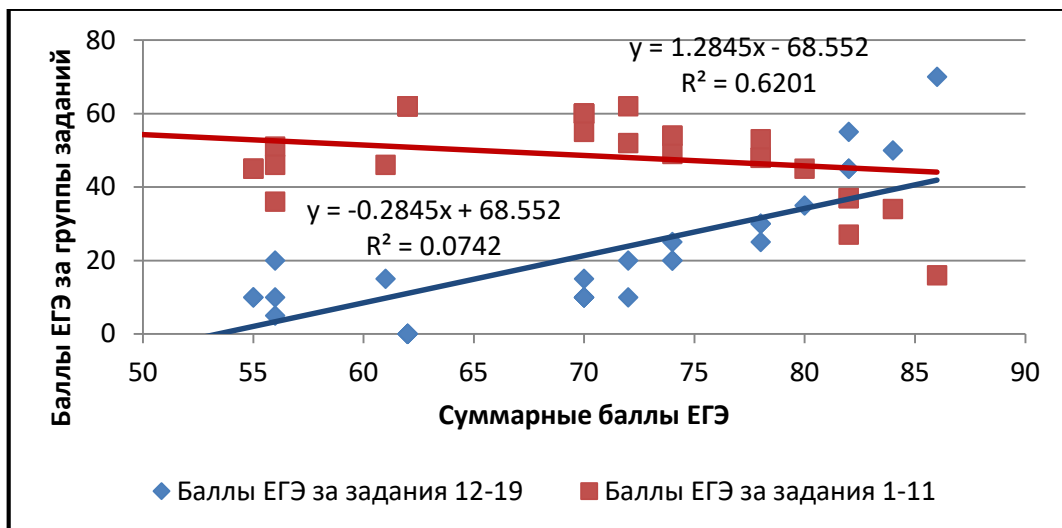


Рисунок 4. Связь между тестовыми баллами  
 Figure 4 Link between test scores

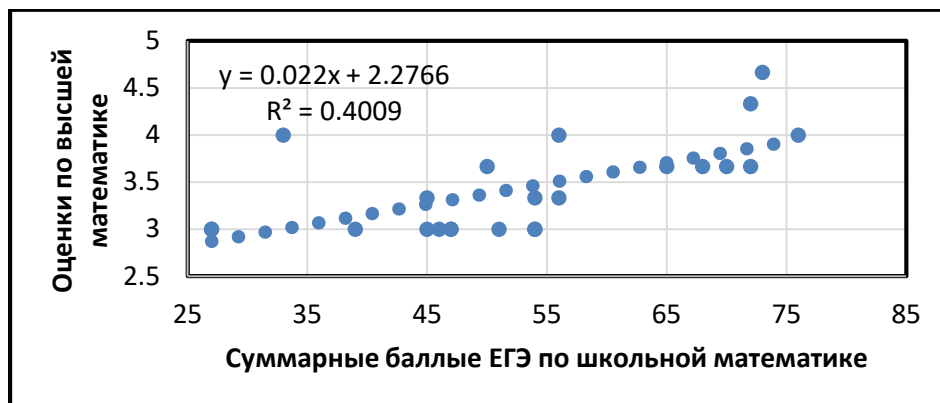


Рисунок 5. Зависимость между оценками по высшей математике и балами ЕГЭ  
Figure 5 Relationship between higher math estimates and USE balls

В качестве результирующего показателя при установлении зависимости использованы показатели студентов первого курса направления информатика и вычислительная техника Псковского государственного университета (Таблица 2). Для построения математической модели был применен метод наименьших квадратов, как один из базовых методов построения регрессионных зависимостей по статистическим данным. В качестве математической модели в работе рассмотрена линейная функция регрессии.

Оценка качества регрессионной зависимости выполнена с использованием коэффициента детерминации (рисунок 5). Коэффициент детерминации ( $R^2 = 0,4009$ ) показывает, что связь между результатами изучения высшей математики и элементарной математикой составляет 40%. Низкое значение коэффициента детерминации подтверждает тот факт, что основные разделы школьной математики изучаются недостаточно (Gerasimenko, 2011).

## Выводы Conclusions

Учитывая низкий уровень знаний школьной математики решение задачи подготовки специалистов высокой квалификации, очевидно, следует искать в области личностно – ориентированных технологий обучения в вузе. Именно внедрение электронного обучения позволяет разрабатывать дифференцированные персональные задания и задачи, которые были бы полезны для каждого студента.

При этом обучение должно быть направлено на решении задач, в которых заинтересованы студенты, т.е. таких задач которые мотивировали бы их учебную деятельность (Gaidarji, Gerasimenko, &Shinkarenko, 2016).

Мотивация как структурный элемент учебной деятельности всегда является внутренней характеристикой студентов. Известно, что главным компонентом структуры учебной деятельности является учебная задача, предлагаемая студенту, в виде учебного задания и связанная с областью его деятельности (Khvattsev, 2017).

### Summary

The paper presents the methodology and results of the study of the influence of knowledge of certain sections of elementary mathematics on the study of higher mathematics by students of technical directions of Pskov State University. As raw data, the results of the analysis of the content of those tasks of KIM USE in mathematics, which, according to the authors, have the greatest influence on the process of studying higher mathematics at the university, are used as raw data. To assess the degree of influence of knowledge sections of elementary mathematics on the study of higher mathematics used a stochastic model, which is accepted linear regression. The use of stochastic dependence is due to the fact that the results of the USE and the higher mathematics scores are influenced by a large number of random, both controlled and uncontrollable factors, which are always present in the educational process. The main factors are the organization of the educational process, the method of teaching and the independent work of students. As a result, the indicators of first-year students of computer science and computer engineering at Pskov State University are used as a result of determining dependence. The parameters of the linear regression equation were determined by the method of the smallest squares. The regression rate, which indicates the strength of the link between the results of higher and elementary mathematics, is about 40%. The low determination factor confirms the fact that the main sections of school mathematics are not studied in depth. Graduates of schools have little knowledge of basic elementary functions and their properties, the basic concept of mathematical analysis - derivative and its geometric interpretation, the use of a function derived from research. Universities must certainly take these facts into account when organizing the learning process.

### Литература References

- Blagoveshhenskaya, E.A., Gerasimenko, P.V., & Khodakovskiy, V.A. (2017). Matematicheskoe modelirovanie processa izuchenija uchebnyh mnogosemestrovnyh disciplin v tehnikeskix vuzax. *Izvestija Peterburgskogo universiteta putej soobshhenija*, 14(3), 513-522.
- Gaidarji, G.H., Gerasimenko, P.V., & Shinkarenko, E.G. (2016). *Jelementarnaja matematika v voprosah i zadaniyah. Uchebno-metodicheskie posobie*. Tiraspol'.
- Gerasimenko, P.V. (2010). O celesoobraznosti razreshenija v vuze sformirovavshegosja na sovremennom jetape protivorechija metodik prepodavanija jelementarnoj i vysshej matematik. *Materialy VI Mezhdunarodnoj nauchno-metodicheskoj konferencii*

- «Sovershenstvovanie matematicheskogo obrazovanija v obshheobrazovatel'nyh shkolah, srednih i vysshih professional'nyh uchebnyh zavedenijah», 26 -31.
- Gerasimenko, P.V. (2011). Osnovnye prichiny snizhenija kachestva inzhenerного obrazovanija. *Sbornik докладов участников XVII Akademicheskikh chtenij Mezhdunarodnoj akademii nauk vysshej shkoly «Inzhenerное obrazovanie v Rossii i gosudarstvah – uchastnikov SNG: problemy i perspektivy reshenija»*, 27-32.
- Gerasimenko, P., Khodakovskiy, V., Verteshev, S., Lyokhin, S., & Khvattcev, A. (2019). Metodika issledovanija vlijanija znanij matematicheskikh disciplin na izuchenie special'nyh disciplin A methodology to Study the Influence of the Knowledge of Mathematical Disciplines for Studying Special Disciplines. *Society. Integration. Education. Proceedings of the International Scientific Conference, Volume I*, 183-193. DOI: <http://dx.doi.org/10.17770/sie2019vol1.3958>
- Gerasimenko, P.V., Khodakovskiy, V.A., Kudarov, R.S., Bubnov, V.P., & Khvattcev, A.A. (2017). Tendencija i perspektiva matematicheskogo obrazovanija v tehniceskikh vuzah. *Izvestija Peterburgskogo universiteta putej soobshhenija*, 14, 4, 727 – 737.
- Khvattcev, A.A. (2017). Domashnjaja kontrol'naja rabota kak sredstvo monitoringa formirovanija kompetencij. *Vestnik Pskovskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija «Estestvennye i fiziko-matematicheskie nauki»*, 10, 98-101.
- Khvattcev, A.A. (2019). Analiz rezul'tatov EGE po matematike v Pskovskoj oblasti. *Sovremennye problemy obuchenija matematike v shkole i vuze: Materialy Mezhdunarodnoj nauchno-metodicheskoy konferencii. 4–6 oktjabrja 2018 g. V 2 t. T. I.*, 144 – 153.
- Verteshev, S.M., Gerasimenko, P.V., & Lyokhin S.N. (2017). Rol' matematiki i informatiki v podgotovke inzhenerov dlja innovacionnoj dejatel'nosti. *Materialy X Mezhdunarodnoj nauchno-metodicheskoy konferencii «Perspektivy razvitija vysshej shkoly»*, Grodno, Belarus' 4-5 maja 2017 g, 223-226.