

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ФРАКТАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ КАК СРЕДСТВО ЭСТЕТИЧЕСКОГО ВОСПИТАНИЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

The Use of Fractal Geometry Elements as a Means of Aesthetic Education of Primary School Students

Larisa Sergeeva

Pskov State University, Russian Federation

Abstract. *Currently, the issue of aesthetic education is becoming one of the key issues in the field of education. The relevance of the article is due to the fact that mathematics has great aesthetic potential, which is not always revealed in the process of teaching mathematics in elementary school. An important role in revealing the beauty of mathematical content in elementary school is played by the familiarity of schoolchildren with a young rapidly developing mathematical field - fractal geometry. In order to prove the effectiveness of using fractal geometry elements for the formation of aesthetic representations of younger schoolchildren, a formative experiment was carried out, with the help of testing we diagnosed changes in the level of formed aesthetic representations, feelings and judgments of younger schoolchildren during the experimental work. The tools and methods of using the elements of fractal geometry in the study of mathematics in elementary school are described. The results of the study allow us to conclude that the familiarity of primary schoolchildren with fractals increases the interest of students in mathematics. The amazing simplicity of fractals and the diversity of their forms contributes to the formation of aesthetic ideas and feelings among younger students. The construction of fractals in the study of geometric objects in elementary school makes it possible to show students that aesthetic pleasure is provided not only by art, but also by the joy of creativity in other fields of activity, including teaching.*

Keywords: *aesthetic education, aesthetic representations, fractals, primary school students.*

Введение

Introduction

Актуальность задачи повышения качества духовно-нравственного воспитания личности связана с изменениями, происходящими в сфере образования, переосмыслением его содержания, целей и задач. В условиях современного информационного общества проблема эстетического воспитания подрастающего поколения относится к одним из главных для области образования.

Эстетические представления младших школьников являются определенной ступенью эстетического освоения ими окружающего мира. Опираясь на требования ФГОС НОО можно сделать вывод, что общеобразовательное учреждение должно способствовать развитию у обучающихся художественного вкуса, учить анализировать явления с позиции эстетики, создать условия для нравственного развития личности. Приобщение школьников к красоте способствует их духовному обогащению, вызывает у них желание создавать прекрасное в разных видах деятельности.

Принято считать, что эстетически воспитывать школьников в основном целесообразно на занятиях по предметам гуманитарного цикла. Однако естественно-математические дисциплины, в том числе и математика, обладают значительным эстетическим потенциалом.

Актуальность проблемы духовно-нравственного, эстетического воспитания школьников средствами математики обуславливает необходимость теоретического и экспериментального исследования процесса развития эстетической культуры обучающихся при изучении математики с целью определения средств и методов организации образовательной деятельности, направленной на формирование у учащихся эстетических представлений.

В данной статье раскрываются некоторые аспекты методики организации деятельности младших школьников при изучении математического содержания, нацеленной на формирование у школьников эстетических представлений, на использование элементов фрактальной геометрии как средства эстетического воспитания младших школьников на уроках и внеклассных занятиях по математике.

Теоретическая основа темы *The theoretical background*

Ученые, изучающие педагогические и методические аспекты эстетического воспитания на уроках и на внеклассных занятиях в современной школе (Gubanihina, 2017; Emelina, 2016; Firstova, 2016; Petrakova, 2016 et al.), акцентируют внимание на необходимости возрождения духовно-нравственной и эстетической культуры обучающихся.

В рамках проблематики исследования под эстетическим воспитанием будем понимать целенаправленный процесс развития творческой личности, которая будет способна чувствовать, ценить и создавать художественные ценности (Lihachev, 1985). Вслед за И.Ф. Гончаровым (Goncharov, 2006) будем рассматривать эстетическое воспитание в школе как организованный процесс развития у обучающихся эстетического осознания, художественного вкуса, чувства прекрасного, потребности видеть, осознавать и ценить

красоту окружающего мира. Согласно И.Ф. Гончарову (Goncharov, 2006), целью эстетического воспитания в образовательном пространстве школы является формирование эстетической культуры школьника, причем под эстетической культурой автор понимает элемент духовной культуры личности, связанный с эстетическим отношением человека к окружающей природе и искусству, с опытом художественной деятельности, отражающий совокупность приобретенных в процессе деятельности эстетических знаний, чувств, интересов, сформированный художественный вкус.

Начальной ступенью эстетического освоения школьниками окружающей действительности являются эстетические представления, формируемые в начальной школе. Они расширяют кругозор младшего школьника и, благодаря эмоциональной насыщенности, раскрывают важнейшие процессы духовного мира ребенка. Под эстетическими представлениями будем понимать сформированный чувственно-наглядный образ, который может служить основой для оценки личностью реальных объектов окружающего мира - источников эстетических переживаний ребенка. Эстетические представления, с одной стороны, всегда образны, красочны, личностно-значимы, с другой - отличаются общностью, в них отражаются общие эстетические свойства реальных объектов, окружающих человека.

Обладает ли математика красотой? О значении красоты математики задумывались многие ученые. Дж. фон Нейман писал о том, что математика движима практически лишь эстетическими мотивами. Известный физик 20 века А. Пуанкаре полагал, что люди, которые знают тайны математики, испытывают наслаждение, похожие на те, которые люди испытывают при прослушивании музыки или разглядывании живописи. Они восхищаются изящной гармонией чисел и форм, восхищаются, когда какое-либо новое открытие раскрывает перед ними неожиданные перспективы (Puankare, 1990).

Красота математической науки связана со спецификой и особенностями предмета математики, который характеризуется богатым содержанием математических формул и понятий, совершенной структурой математического языка, эстетикой доказательств, красотой геометрических объектов, изяществом способов решения математических задач и универсальностью математических методов. Красота математического объекта раскрывается в процессе математической деятельности через логичность рассуждений и доказательств; простоту, оригинальность и неожиданность математической модели; соответствие математического объекта его стандартному образу (Sarancev, 2003, 45).

К средствам эстетического воспитания обучающихся при изучении математического содержания педагогичаще всего относят изящные

геометрические объекты и преобразования плоскости. Среди геометрических фигур, обладающих значительным эстетическим потенциалом, следует назвать фракталы. Исследователи, занимающиеся теорией и методикой обучения математике, указывают на возможность и целесообразность знакомства учащихся школ и студентов при изучении математического содержания с элементами фрактальной геометрии (Babkin, 2007; Gorshkov, 2013; Leguta, 2017; Sekovanov, 2006; Sederbakka, 2019). Однако система начального образования остается без методического обеспечения включения фракталов в образовательное пространство урока.

Возможность использования некоторых элементов фрактальной геометрии в целях эстетического воспитания младших школьников обусловлена красотой, изяществом фракталов, на которую указывал Б. Мандельброт (Mandel'brot, 2002), создавший данный математический объект и указавший на его эстетическую ценность.

Теоретическое осмысление проблемы формирования эстетических представлений, художественного вкуса младших школьников при изучении математического содержания в контексте модернизации образования вызвало необходимость рассмотрения геометрического объекта – фрактала, его эстетического потенциала. Термин «фрактал» образован от латинского причастия «fractus» и означает «изломанный», «фрагментированный» (Voloshinov, 1984). Фрактал – сложная геометрическую фигуру, обладающая свойством самоподобия, составленная из частей, каждая из которых подобна всей фигуре целиком (Mandelbrot, 1982).

Проблема взаимосвязи математического содержания фракталов и искусства интересовала Б. Мандельброта. Может ли геометрическая форма восприниматься людьми, далекими от математики, как имеющая художественную ценность, как декоративная, как произведение искусства? Б. Мандельброт отвечал: Если геометрическая форма – фрактал, то ответ – да (Mandelbrot, 1989, 21). В работе Дж. Бриггса «Фракталы: образцы хаоса: открытие новой эстетики искусства, науки и природы» (Briggs, 1992), в исследованиях Л. Кочик (Kocic, 2002), в исследованиях фракталов в искусстве (Wilson, Wasserman, & Lowndes, 2009; Abraham, 2015; Duhno, 2018; Trubeckov & Trubeckova, 2016; Voloshinov, 2002) раскрывается красота фракталов, рассматриваются фракталы в различных видах искусства.

Считаем, что фракталы – средство, включение которого в процесс обучения школьников математике будет способствовать не только формированию геометрических представлений учеников, но и формированию их эстетических представлений, художественного вкуса.

Позицию в организации эстетического воспитания младших школьников при изучении математического содержания представим следующими положениями.

1. Общеобразовательное учреждение должно способствовать развитию у обучающихся художественного вкуса, учить школьников анализировать явления с позиции эстетики, создать условия для нравственного развития, формировать эстетические представления. В свете концепции интеграции содержания гуманитарных наук и математики эстетическое воспитание, формирование эстетических представлений младших школьников будет более интенсивным, если процесс освоения соответствующего предметного содержания будет взаимосвязан на уровне диалога культур, дающего возможность рассматривать объекты окружающего мира, предметы искусства с позиции точных наук, математики.

2. К содержанию понятия «красота математики» следует отнести порядок, логическую строгость рассуждений и доказательств; простоту, оригинальность, неожиданность математической модели; универсальность использования математического объекта как в других разделах математики, так и при анализе явлений и процессов реального мира, природы, искусства. Большинству данных критериев отвечают объекты фрактальной геометрии, которые кроме математической информации несут в себе и значительную эстетическую составляющую.

3. Элементы фрактальной геометрии могут быть использованы как для эстетического воспитания обучающихся, развития у них представлений о красоте, так и для формирования учебных умений, связанных с построением геометрических фигур, с преобразованиями плоскости.

4. С целью формирования у обучающихся эстетических представлений при изучении математического содержания с использованием элементов фрактальной геометрии следует предоставить условия для развития творческих способностей младших школьников.

Методы и организация исследования *Methodology and organization of the research*

Проведенное исследование включало

- поисковый этап, цель которого – определение средств эстетического воспитания младших школьников при изучении ими предмета «математика»;
- формирующий этап, цель которого – формирование у младших школьников эстетических представлений при изучении ими математического содержания. Эмпирическая часть исследования

проводилась в рамках бакалаврского научного проекта Васильевой М.К. Базой исследования являлись ученики четвертых классов Муниципального бюджетного образовательного учреждения «Погранично-таможенно-правовой лицей» (МБОУ «ПТПЛ») (40 человек), учителя (21 человек) МБОУ «ПТПЛ» и МБОУ «Средняя общеобразовательная школа №23».

Исследование проводилось с использованием таких методов как

- ✓ анкетирование учителей с целью обоснования цели исследования; определения затруднений методического характера, связанных с формированием эстетических представлений школьников при работе с математическим содержанием;
- ✓ теоретический анализ научно-методической литературы с целью определения средств, форм и методов эстетического воспитания младших школьников при изучении ими математики;
- ✓ эксперимент, направленный на формирование эстетических представлений младших школьников при изучении ими математических дисциплин.

На начальном этапе опытно-экспериментальной работы нами было проведено анкетирование педагогов.

Не все педагоги согласны с тем, что в процессе обучения на уроках математики должны решаться задачи эстетического воспитания (14,7%). Большинство педагогов (81%) считает, что формировать эстетические представления следует уже с младшего школьного возраста. Педагоги назвали предметы, обладающие эстетическим потенциалом - русский язык, окружающий мир, технология, изобразительное искусство, музыка. К методам работы учителя, которые в большей мере способствуют эстетическому воспитанию, были отнесены: беседы, экскурсии, дискуссии, игры, викторины, классные часы, просмотр фильмов, деловые игры. Педагоги затруднялись назвать средства, методы и приемы эстетического воспитания учащихся при изучении предметов естественно-математического направления. 33,3% опрошенных не удовлетворены работой своих коллег по эстетическому воспитанию школьников, 14,3% оценивают эффективность эстетического воспитания учащихся школой только на «удовлетворительно», 52,4% - затруднились дать оценку работы школы в этом направлении.

Таким образом, в ходе анкетирования педагогов было выявлено, что учителя понимают важность и необходимость эстетического воспитания в школе, понимают его значение для дальнейшего формирования личности школьника, однако, не все согласны с тем, что на сегодняшний день в школе в полной мере решаются вопросы эстетического воспитания.

После того, как анкетирование было пройдено педагогами и установлена актуальность проблемы исследования, была проведена диагностика уровня сформированной эстетических представлений у младших школьников. С этой целью была разработана анкета и были определены следующие уровни сформированности эстетических представлений обучающихся: высокий, средний, низкий.

Диагностика уровня сформированности эстетических представлений младших школьников на констатирующем этапе эксперимента показала преобладание среднего уровня показателей.

Также была проведена диагностика доминирующей перцептивной модальности С. Ефремцева (Efremcev), для определения ведущей модальности учеников экспериментальной группы.

Для эмпирического осмысления педагогического опыта развития эстетических представлений младших школьников средствами фрактальной геометрии был проведен формирующий этап эксперимента.

При работе с учениками использовались следующие виды заданий.

1. Сложение оригами. На первом этапе деятельность заключалась в сложении оригами, начиная от базовых фигур (двойной квадрат, двойной треугольник, дверь и др.), заканчивая сложными модульными. Это первая «рукотворная» встреча школьников с фракталом.

2. Построение фракталов по заданным алгоритмам. Построение дерева Пифагора, салфетки Серпинского, ковра Серпинского. Например, алгоритм построения ковра Серпинского:

1. Начертите на весь лист квадрат со стороной 9 см.
2. Разделите каждую сторону квадрата на 3 равные части. Разделите квадрат на 9 одинаковых квадратов.
3. Центральный квадрат закрасьте любым цветом.
4. С каждым из восьми оставшихся квадратов проделайте процедуры, как в 1, 2, 3 пунктах. (рис. 1)

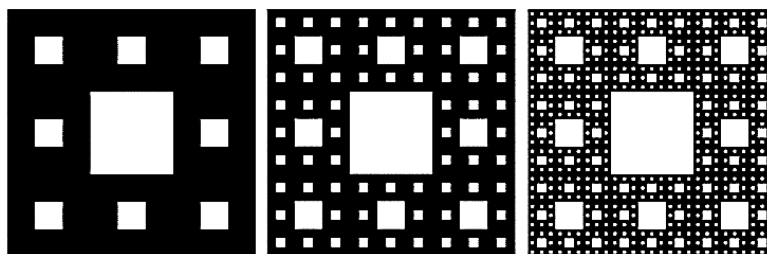


Рисунок 1. Ковер Серпинского
Figure 1 Carpet Sierpinski

3. Построения фракталов методом итераций с использованием практического метода (вырезание фигур).

4. Анализ построенных фракталов с целью описания расположения элементов фрактала друг относительно друга, формулирование алгоритма его построения.

5. Групповые задания. **Анализ фракталов в живой** (кораллы, морские раковины, цветы и растения, кроны деревьев и др.) **и неживой природе** (границы географических объектов, береговые линии, горные хребты, кристаллы, морозные узоры и др.).

6. Анализа произведения живописи, на которых изображены фракталы и невозможные фигуры, например, гравюры М. Эшера «Меньше и меньше», «Рыбы и чешуйки», Джозеф Пресли «Виолончели», работы Жанет Парк и Марк Таусенда, и др. На этом этапе использовались компьютерные изображения.

7. Созданию собственных изображений, содержащих фрактальные элементы. Формы проведения уроков были нестандартными, например, урок-квест, урок-исследование, урок-поединок, урок-лаборатория и т.д.

Результаты исследования

Results of the research

Для выявления уровня сформированности эстетических представлений учащихся на контрольном этапе эксперимента школьникам была предъявлена анкета, включающая 10 вопросов и одно практическое задание.

У младших школьников, которые не принимали участие в формирующем эксперименте (контрольная группа учеников) изменений в уровне сформированности эстетических представлений практически не наблюдалось.

В группе школьников, которые участвовали в экспериментальном обучении, отмечается положительная динамика в формировании эстетических представлений, что выражается в увеличении процента учащихся, достигших высокого уровня сформированности представлений, и снижении процента школьников, находящихся на низком уровне сформированности эстетических представлений. Анализ анкет учащихся показал, что на контрольном этапе эксперимента высоким уровнем сформированности эстетических представлений обладают 30% обучающихся, средним уровнем обладают большинство обучающихся – 65%, низким – всего 5% обучающихся группы. На 25% увеличилось количество детей, имеющих высокий уровень эстетических

представлений, 20 % детей, характеризующихся низким уровнем, перешли на средний уровень.

На рис. 2 представлена сравнительная диаграмма уровней сформированности эстетических представлений обучающихся на констатирующем и контрольном этапах эксперимента.

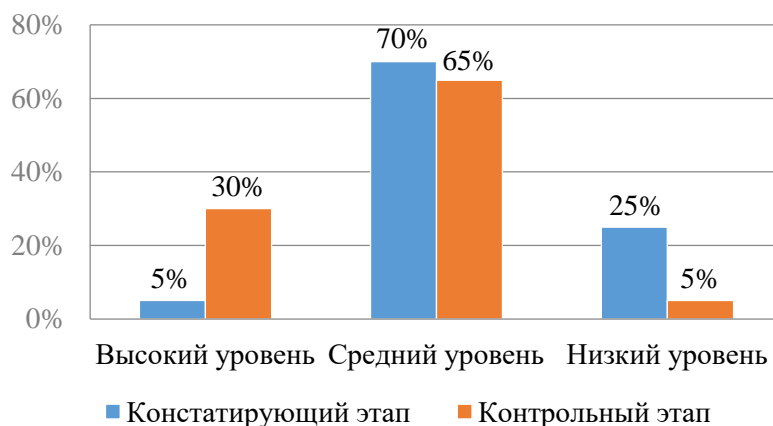


Рисунок 2. Сравнительная диаграмма уровней сформированности эстетических представлений учащихся на констатирующем и контрольном этапах эксперимента

Figure 2 Comparative diagram of the levels of formation of aesthetic representations of students at the ascertaining and control stages of the experiment

Для статистической обработки результатов проведенного исследования был применен непараметрический критерий знаков. Соотнесение экспериментальных данных с таблицей критических значений позволяет отклонить нулевую гипотезу и принять альтернативную гипотезу, что свидетельствует о достоверности результатов исследования.

Апробация методики формирования эстетических представлений учащихся средствами математики на этапе контрольного среза показала, что в экспериментальном классе повысился интерес к художественным видам деятельности на уроках математики, к рассмотрению предметов искусства, предметов живой и неживой природы средствами математики. Приведем некоторые ответы детей на вопрос «Как ты считаешь, в чём заключается красота математики?» - «Можно составлять красивые фигуры», «Математика красива и в природе», «Математика помогает художникам красиво нарисовать картины», «Это красивые фигуры», «Помогает увидеть необычные фигуры вокруг нас».

Отметим также, что анализ результатов исследования позволил сделать вывод о том, что наибольшие изменения в формировании эстетических представлений произошли у «визуалов»: 78,6% учеников, воспринимающих большую часть информации с помощью зрения,

перешли на более высокий уровень сформированности эстетических представлений, что еще раз подтверждает целесообразность использования визуальных геометрических объектов в целях формирования эстетических представлений школьников, их художественного вкуса, формирования эстетического отношения личности к окружающему миру, к произведениям искусства.

Обобщение *Conclusions*

Результаты проведенного исследования показали положительное влияние включения элементов фрактальной геометрии на формирование эстетических представлений младших школьников при изучении ими математики. При изучении геометрических понятий и формировании у младших школьников умений строить геометрические фигуры в ходе экспериментальной работы включались задания на построение и анализ фракталов (дерево Пифагора, ковер Серпинского, салфетка Серпинского и др.), анализ фракталов в живой и неживой природе, складывание оригами, анализ произведений живописи, предоставлялись условия для развития творческих способностей учащихся в процессе обучения.

Проведенное эмпирическое исследование позволило сделать выводы о том, что проводимая с младшими школьниками работа способствовала формированию не только предметных знаний и умений, но и эстетических представлений обучающихся. Выводы по итогам исследования дают основание говорить о целесообразности формирования эстетических представлений младших школьников, их художественного вкуса при изучении математики с использованием визуальных геометрических объектов, обладающих значительным эстетическим потенциалом – фракталов.

На основании результатов исследования выявилась необходимость более целенаправленной работы в образовательных учреждениях по формированию эстетических представлений при изучении не только гуманитарных, но и естественных наук, в частности и математики.

Summary

The modernization strategy of education in the modern conditions of information and multicultural space requires the school to improve the quality of spiritual, moral, aesthetic education of the individual.

- ✓ The theoretical understanding of psychological, pedagogical, mathematical and scientific-methodical literature allowed us to formulate a position in the

organization of the process of formation of aesthetic representations of younger students in the study of mathematical content.

- ✓ In the light of the concept of integrating the content of the humanities and mathematics, the formation of aesthetic representations of younger schoolchildren will be more intensive if the process of mastering the corresponding subject content is interconnected at the level of dialogue of cultures, which makes it possible to consider objects of the world, objects of art from the perspective of exact sciences, from the perspective of mathematics.
- ✓ Fractals can be used as a means of forming aesthetic representations of students, which, in addition to mathematical information, carry a significant aesthetic component.
- ✓ The priority of productive educational activities of primary schoolchildren, providing conditions for the development of students' creative abilities in the learning process.

Empirical studies on the implementation of these provisions led to the following conclusions.

1. The inclusion of fractal geometry elements in the process of teaching mathematics contributed to the formation of aesthetic ideas in younger students.
2. The novelty of certain concepts requires a certain skill from the teacher, and often, the acquisition of new knowledge (from the field of fractal geometry, art).
3. Decorate the teaching of a school course in mathematics can modern computer technology.

Литература

References

- Abraham, R. (2015). Haos I fraktaly Parizha. *Fraktaly kak iskusstvo*, 62–71.
- Babkin, A.A. (2007). *Izucheniej elementov fraktal'noj geometrii kak sredstvo integracii znaniij po matematike I informatike v uchebnom processe pedkolledzha: diss. ... kand. ped. nauk: 13.00.02. Vologda.*
- Briggs, J. (1992). *Fractals: The Patterns of Chaos: Discovering a New Aesthetic of Art, Science, and Nature*. Touchstone, NY.
- Duhno, A.B. (2018). Fraktal kak jazyk iskusstva. Vzaimovlijanie nauchnogo I hudozhestvennogo opyta. *Hudozhestvennaja kul'tura*, 3(25), 38-61.
- Efremcev, S. *Diagnostika dominirujushhej perceptivnoj modal'nosti*. Retrieved from <https://psycabi.net/testy/289-test-audial-vizual-kinestetik-diagnostika-dominiruyushchej-pertseptivnoj-modalnosti-s-efremtseva>
- Emelina, T.V. (2016). Jesteticheskoe vospitanie shkol'nikov v pedagogicheskoj teorii I praktike. *Vestnik Kemerovskogo universiteta*, 2, 217-220.
- Firstova, N.I. (2016). Rol' jesteticheskogo vospitanija na urokah matematiki v srednej shkole. *Obrazovatel'nye resursy I tehnologii*, 2(14), 88-92.

- Goncharov, I.F. (2006). *Jesteticheskoe vospitanie shkol'nikov sredstvami iskusstva I dejstvitel'nosti*. Moskva: Junipress.
- Gorshkov, A.A. (2013). Izuchenie jelementov fraktal'noj geometrii v shkole kak sredstvo jesteticheskogo vospitanija uchashhihsja. *Vestnik Kostromskogo gosudarstvennogo universiteta im. N.A. Nekrasova*, 181-185.
- Gubanihina, E.V. (2017). Jesteticheskoe vospitanie na urokah matematiki v nachal'noj shkole. *Obrazovanie: proshloe, nastojashhee I budushhee*, 57-60.
- Kocic, L.M. (2002). Art Elements in Fractal Constructions. *VISMATH*, 4(1). Retrieved from <http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/ljkocic/index.html>
- Lihachev, B.T. (1985). *Teorija jesteticheskogo vospitanija shkol'nikov*. Moskva: Prosveshhenie.
- Leguta, A.N. (2017). Razvitie interesa k matematike u uchashhihsja osnovnoj shkoly sredstvami fraktal'noj geometrii. *Problemy sovremennoj nauki I obrazovanija*, 79-83.
- Mandelbrot, B.B. (1982). *The Fractal Geometry of Nature*. New York.
- Mandelbrot, B.B. (1989). Fractals and an Art for the Sake of Science. *Leonardo. Supplemental Issue, 2, Computer Art in Context: Art Show Catalog*, 21-24.
- Mandel'brot, B. (2002). *Fraktal'naja geometrija prirody*. Moskva: Nauka.
- Petrakova, T.I. (2016). Duhovno-nravstvennoe vospitanie shkol'nikov v cennostnom kontekste sovremennogo obrazovanija. *Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik*, 15-20.
- Puankare, A. (1990). *O nauke*. Moskva: Nauka.
- Sarancev, G.I. (2003). *Jesteticheskaja motivacija v obuchenii matematike*. Saransk, PO RAO.
- Sederbakka, G.J. (2019). Razrezaj, skleivaj I postroj fractal. *Sovremennye problem obuchenija matematike v shkole I vuze*, 127-130.
- Sekovanov, V.S. (2006). *Metodicheskaja Sistema formirovanija kreativnosti studenta universiteta v processe obuchenija fraktal'noj geometrii*. Kostroma: KGU im. N.A. Nekrasova.
- Trubeckov, D.I., & Trubeckova, E.G. (2016). Fraktal'noe iskusstvo. *Izvestija vuzov. PND*, 24, 84-102. DOI: <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2016-24-6-84-102>
- Wilson, K.L., Wasserman, J.A., & Lowndes, F. (2009). Picture and social concept: a fractal-concept analysis of advertising art. *Visual Communication*, 8(4), 427-448.
- Voloshinov, A.V. (2002). Ob jestetike fraktalov I fraktal'nosti iskusstva: sinergeticheskaja paradigma. *Nelinejnoe myshlenie v naukei I skusstve*. 213-246