

# INTEGRĒTĀS MĀCĪBAS MATEMĀTIKAS UN DABASZINĀTŅU MĀCĪŠANĀS PROCESĀ VIDUSSKOLĀ

## *Integrated Learning in the Mathematics and Natural Sciences Learning Process in High School*

**Austra Reiheno**

Daugavpils Universitāte, Latvija

**Abstract.** *The article discusses the integrated process of learning mathematics at secondary school. The content of teaching mathematics must be arranged in such a way that the student develops an overall understanding of the world. The aim of the article is to emphasize the depth of comprehension of the content of the subject of the student's interest, because based on the understanding of the content of the subject, new knowledge will be integrated and new skills will be developed that the student will be able to transfer to other subjects by solving problem situations. The topicality of the article is related to the integration approach, that the main focus is not to focus on the content of the subjects of mathematics and physics, but on the scientific processes that unite the contents of these subjects. Theoretical basis of the research is the system theory, which is based on the approach of learning cognition and constructivism. In the research, students' complex tests and questionnaires with open questions were used for data acquisition. The article uses a case study design to analyse data.*

**Keywords:** *Integration process, integrated learning content, integrated skills, integration models.*

### **Ievads**

#### **Introduction**

Zinātnēm attīstoties, parādās aizvien jaunas zinātnes disciplīnas un rodas vēlme meklēt to vienojošos elementus, tādējādi mainās prasības izglītībai. Pārmaiņas skar izglītības procesu un saturu, ko, kā, kāpēc mācīties, sakarā ar informācijas apjoma pieaugumu un strauji pieaugošo zinātņu attīstību, kuras pieprasa jaunu, specifisku zināšanu dziļumu un plašumu. Svarīgi ir sakārtot skolu mācības noteiktā sistēmā, atlasīt to būtiskāko un svarīgāko pamatu, kas ļautu tālāk orientēties, novērtēt, analizēt un izmantot visu jauno informāciju, ko piedāvā apkārtējā pasaule, lai attīstītu skolēnu intelektuālo, jūtu un gribas sfēru (Broks, 2006; Moriyama, Suzuki, Miyazaki, & Sakakibara, 2007; Šteinberga, 2013). Apzinoties mūsdienu sabiedrības attīstības daudzveidību un dinamiku, integrācija pedagoģiskajā procesā ir īpaši aktuāla problēma, jo personības

attīstība norit noteiktā secībā, kultūrvēsturiskā vidē un sadarbībā ar citiem (Broks, 2006; Sawyer, 2008), jo cilvēces atklātās dabas un sabiedrības procesu sakarības, to strukturēts piedāvājums mācību līdzekļos mācoties ir jātransformē skolēna individuālās zināšanās un prasmēs (Žogla, 2001). Izmantojot tikai fragmentētas zināšanas, kuras ir iegūtas viena mācību priekšmeta ietvaros, bieži vien skolēns nespēj tās pārnest uz citiem mācību priekšmetiem, lai nodibinātu saikni starp jēdzieniem, likumiem un spētu risināt plašāku problēmu (Skola 2030). Viens no virzieniem, mūsdienu izglītības attīstībā, ir integrētās mācības (Moriyama, Suzuki, Miyazaki, & Sakakibara, 2007; Sawyer, 2008).

Raksta mērķis ir iepazīties ar starptautisko pieredzi matemātikas integrētā satura apgūvē un akcentēt skolēna interešu mācību priekšmeta satura apjēgšanas dziļumu, jo uz šī priekšmeta satura izpratnes pamata, tiks integrētas jaunas zināšanas un veidosies jaunas prasmes, kuras skolēns spēs pārnest uz citiem mācību priekšmetiem, risinot problēmsituācijas.

Raksta aktualitāte saistās ar pārmaiņām izglītības sistēmā, ar matemātikas zināšanu un prasmju kompetences līmeņa paaugstināšanu, ar domāšanas procesa attīstību, ar integrācijas pieeju dabā notiekošo procesu skaidrojumam, ka būtiski ir koncentrēties uz integrēto mācību priekšmetu vienojošiem procesiem, kuri sasaista abu mācību priekšmetu saturus.

Pētījumā datu ieguvei izmantoti skolēnu kompleksie pārbaudes darbi un anketas ar atvērtiem jautājumiem. Rakstā datu analīzei izmantots gadījuma pētījumu dizains.

### **Zinātnisko disciplīnu attiecību veidi** *Types of scientific discipline relationships*

Mūsdienu pārmaiņu procesos zinātnes attīstībā, tiek izdalīti divi savstarpēji saistīti virzieni. Pirmais virziens saistās ar zinātnisko disciplīnu attiecību daudzveidību, bet otrs virziens balstās uz komplicētības idejas attīstības teoriju. Jo lielāks ir sistēmas objektu un attiecību skaits, jo lielāks ir sistēmas kompleksums, bet komplicētība ir atkarīga no objektu daudzveidības. Komplicētās sistēmas balstās uz tādām attiecībām, kā pašorganizācija, mijiedarbība un evolūcija. Komplicētās sistēmas ir radošas. Radošuma komponenti ir spēja mācīties un ar laiku mainīties, spēja palūkoties uz lietām no citas perspektīvas, izmantojot citu atskaites sistēmu, un spēja saskatīt vērtības vai to trūkumus (Robinsons, 2013). Komplicētības teorija uzsver, ka veselais ir lielāks nekā tā daļu summa (Pipere et al., 2016).

Zinātņu nozaru savstarpējo sasaisti var raksturot, definējot attiecību veidus starp disciplīnām: monodisciplināritāte, multidisciplināritāte, starpdisciplināritāte un transdisciplināritāte. Starpdisciplināritāte paredz mijiedarbību starp divām vai vairākām zinātnes nozarēm. Tā analizē, sintezē un

harmonizē saites starp disciplīnām, lai izveidotu saskaņotu, līdzsvarotu un viengabalainu skatījumu uz problēmu. Transdisciplināritāte caurvij vairākas disciplīnas, atrodas starp disciplīnām un aiz visu disciplīnu robežām. Transdisciplinārā pētījumā sadarbojas dažādu disciplīnu pārstāvji, radot teorētiskas un metodoloģiskas integrētas inovācijas, kuras ļauj uzlūkot daudzas problēmas, paceļoties augstāk par konkrēto disciplīnas nozari un sasniedzot integrētu skatījumu un augstāku abstrakcijas līmeni (Pipere et al., 2016; Riegel, Scherr, & Stauber, 2010). Zinātņu attīstībā tiek diskutēts par to diferencēšanos un savstarpēju integrēšanos. Visvērtīgākie atklājumi rodas, zinātnēm saskaroties. Zinātņu integrācija, to tuvināšanās notiek vienotībā ar zinātņu diferenciaciju. Nevar integrēties tas, kas nav diferencēts. Zinātņu kompleksa pētīšana, no dažādu zinātņu disciplīnu viedokļa, iegūst vērā ņemamus rezultātus (Albrehta, 2001; Lāslo, 2014; Siliņš, 2008; Zeps, 2009).

Zinātne nav dalāma pa atsevišķām daļām, kā mums ir pierasts, tai katrai ir sava vieta un loma, tā visa kopā ir vienota zinātne, ar tās sistēmisku attīstību (Capra, 1975; Lāslo, 2014). Sistēmiskuma princips zinātnē izpaužas kā pasaules sakārtotības, kopsaistības izpausmes skatījums un redzējums, tas ir nozīmīgs arī izglītībā (Broks, 2000; Siliņš, 2008). Holistiska pieeja zinātnei paver ceļu dialogam starp visdažādākajām zinātnes nozarēm, lai saprastu kopveseluma būtību, ir jāpievēršas holismam, kurā viss mijiedarbojas ar it visu citu.

Sistēmiskā pieeja, sistēmiskā domāšana ieņem nozīmīgu vietu mūsdienu zinātnē. Lai izprastu veselumu, svarīgi ir izpētīt ne tikai sistēmas elementus, bet būtiski ir izpētīt arī to savstarpējo saistību. Sistēmas ir saistītas viena ar otru, ar horizontālu kopsaistību saiti- viena līmeņu sistēmu ietvaros, gan arī ar vertikālu starplīmeņu saiti- pašas sistēmas ietvaros (Broks, 2006).

Jauni atklājumi tiek veikti starpzinātņu jomās un šos atklājumus ir nepieciešams iekļaut skolas mācību saturā. Integrēts mācību priekšmets ir uz atsevišķu mācību priekšmetu vienotības pamata izveidots komplekss mācību priekšmets, kas pielāgots skolēnu pasaules kopveseluma redzējumam, atbilst noteiktai izglītības pakāpei un līmenim (Albrehta, 2001).

### **Integrācijas jēdziena skaidrojums** *Explanation of the concept of integration*

Jēdzienu integrēt skaidro kā apvienot, saistīt, nevis tāpēc, lai panāktu vienvērdību un lai likvidētu visas atšķirības, bet gan, lai radītu vienotību daudzveidībā un izdalītu kopīgas vispārējas pazīmes līdztekus atšķirībām. Jēdzieniem integrēts un integrāls ir vairākas atšķirīgas nozīmes, bet to skaidrojums tiek attiecināts uz kādu noteiktu personības attīstības līmeni. Jēdzienu integrācija lieto, kad skaidro parādību norises pēc uztveres veseluma un viengabalainības principa, akcentējot veseluma problēmas pieeju personības

attīstībā. Savukārt ar horizontālo integrāciju saprot, ka jebkura konkrētā līmeņa elementi ir labi integrēti noteiktā līmenī, bet ar vertikālo integrāciju saprot elementu pāreju uz augstāku integrācijas līmeni (Vilbers, 2010).

Mācību integrācijai ir jāsniedz tādas zināšanas, kuras atspoguļo atsevišķu pasaules elementu saistību vienotā sistēmā. Integrācija saistās ar starppriekšmetu saikņu realizāciju. Integrācija mācībās ir process, kurš nosaka saites starp struktūras satura komponentēm, kurā atsevišķi elementi, apakšsistēmas, daļas tiek saistītas vienā sistēmiskā veselumā. Praktiski saistot vienā veselumā atsevišķos mācību priekšmetos apgūtās vai apgūstamās zināšanas un prasmes. Tas var notikt īpaši izveidotu integrētu mācību priekšmetu veidā vai integrēti, aplūkojot atsevišķas mācību priekšmeta satura daļas (Moriyama, Suzuki, Miyazaki, & Sakakibara, 2007).

Integrācija mācību procesā spēj realizēt stingru zināšanu apguvi, zinātnisko teoriju un likumu apguvi, atklāj savstarpējās sakarības dabā un sabiedrībā, pilnīgo mācību procesu. Izglītības saturam jābūt heuristiski sakārtotam, vertikāli kopsaistītam visās izglītības pakāpēs un saistītam ar iepriekšējā laikmeta izglītības saturu. Horizontālās kopsaistības mācību darbībā tiek skaidrotas kā starppriekšmetu saiknes, bet vertikālā sasaiste nozīmē starppakāpju līmeņu saiknes. Izglītības saturu vertikāli strukturējot, sakārto mācību saturu un padara to uztveramāku. Personības pakāpeniska attīstība ir pacelšanās uz augstākiem līmeņiem, kuru spēj nodrošināt attīstīta izglītības sistēma. Katrs izglītības pakāpiens nozīmē kvalitatīvu izmaiņu, kurā starppakāpju saite ir jānodrošina ar teorētiskām un praktiskām izstrādātnēm (Broks, 2006).

Mācību integrācija ir viena no izglītības pieejām, kas izmanto jaunu zināšanu un prasmju veidošanās modeli, kas nav orientēts uz noteiktu faktu kopuma apguvi, bet uz skolēna radošo darbību mācību procesā, kad, mācoties patstāvīgi, skolēns iegūst jaunas zināšanas un prasmes, kā arī izmanto tās jaunās situācijās.

### **Starppriekšmetu sakaru veidi** *Interdisciplinary link types*

Starppriekšmetu saikne ir vienā priekšmetā apgūto zināšanu un prasmju izmantošana cita mācību priekšmeta apgūvē, saglabājot katra priekšmeta struktūru un loģiku. Starppriekšmetu saikne kopsaista mācību satura sastāvdaļas, kas ir kopīgas vai saskanīgas dažādos mācību priekšmetos, tādējādi starppriekšmetu sakari ir līdzvērtīgi sakariem starp zinātņu nozarēm, kuros ir svarīgi, lai dažādas zinātņu nozares pētītu vienu un to pašu objektu, vienas zinātnes metodes tiktu izmantotas vairāku objektu pētīšanā, dažādas zinātņu nozares atšķirīgu objektu pētīšanā izmantotu vienu un to pašu teoriju. Starppriekšmetu sakari veidojami dažādos līmeņos: (1) priekšmeta iekšējie

sakari saistās ar konkrēta mācību priekšmeta zināšanu sistematizāciju, kurā tiek realizēta pāreja no fragmentētiem faktiem uz sistēmu, uz jaunā likuma atklāšanas procesu; (2) jomas iekšējie sakari (radniecisku priekšmeti), ir vienas jomas mācību priekšmetu līmenī, kas saistās ar vairāku priekšmetu satura sistematizāciju un aizved pie pasaules ainas veseluma veidošanas, pie jaunām kvalitatīvām zināšanām; (3) starpjomu sakari (neradniecisko priekšmetu), ir mācību priekšmetu līmenī, kas pieder dažādām jomām, kas saistās ar visu priekšmetu apvienošanu vienotā veselumā (Albrehta, 2001).

Jēdzienu starppriekšmetu sakari var skaidrot kā pedagoģisku kategoriju, kas apzīmē sintezējošus integrālus procesus starp reālās pasaules objektiem un parādībām, kas atraduši savu atspoguļojumu mācību saturā, mācību formās un mācību metodēs, un izpilda vienojošu izglītojošu, audzinošu, attīstošu un konstruktīvu funkciju. Starppriekšmetu sakaru veidu iedalījums pēc satura līmeņiem ir fakts, jēdzienu, teorētiskais un filozofiskais līmenis, kas ir nepieciešams, lai izprastu jēdzienu, kategoriju veidošanu un sistēmas struktūras veselumu.

Starppriekšmetu sakaru lietošanas priekšrocība ir attīstīt radošo domāšanu, paātrināt zinātņu disciplīnu apguves procesu, nodrošināt sistēmiskumu uz virspusēja pamata, kā arī veidot pasaules uzskatu uz daudz dziļāka parādību īpašību izpratnes līmeņa un veidot stabilu pamatu integrētām zināšanām, jo integrētās pieejas pamatuzdevums ir sagatavot skolēnus mūžizglītibai. Integrēto zināšanu kvalitātes rādītājs ir iegūto zināšanu un prasmju pārnesums, ja skolēns ir apguvis jēdzienu būtību un izpratis to saturu, tad to var sasniegt uz domāšanas un citu izziņas procesu apguves pamata (Geidžs & Berliners, 1999; Šteinberga, 2013). Zināšanu integrēšanās ir individuālās apziņas process, ko var atvieglināt ar ārējiem līdzekļiem: ar mācību satura organizēšanu, ar mācību metodēm un paņēmieniem, ar mācību formu izvēli (Žogla, 2001).

### **Integrēto prasmju struktūra un attīstība** *Structure and development of integrated skills*

Z. Čehlova un Z. Grinpauks uzsver integrēto mācību aksiomu: lai integrētu dažādu mācību priekšmetu saturu, skolēnam labi jāpārzina pamatpriekšmeta saturs, kurš saistīts ar skolēna interesēm, jo uz šī priekšmeta izpratnes pamata, tiks integrētas jaunas zināšanas un veidosies jaunas prasmes. Tālāk zinātniece atgādina psiholoģijas un didaktikas atzinumus, ka uz neliela kodola pamatzināšanām, kas apgūtas pamatīgi (izpratne, prasmes, iemaņas, pielietojumi), ir vieglāk zināšanas pēc vajadzības inducēt plašumā un dziļumā, jo prātu vairāk attīsta tuvu izpratnes līmenim atbilstošu problēmu risināšana nekā pēc atmiņas iekaltas, neizprastas vielas reproducēšana. Ir jāvienkāršo mācību saturs, padarot to uztveramāku, lai pamatskola varētu dot nākamajām

izglītības pakāpēm un dzīvei nepieciešamās stingrās, paliekošās un apjēgtās zināšanas un prasmes (Čehlova & Grinpauks 2003).

Mācīšanās process saistās: ar zināšanu aktualizēšanu, prasmju reprodukciju un saikņu atklāšanu katrā mācību priekšmetā; ar zināšanu un prasmju pārņemšanu uz jaunu situāciju, kas atšķiras no tās, kuras ietvaros šīs zināšanas un prasmes tika apgūtas; ar starppriekšmetu zināšanu vispārinājumu, kas saistīts ar dažādos mācību priekšmetos gūto zināšanu un prasmju sintēzi citās zināšanās. Caur mācīšanos skolēns attīsta mācīšanās prasmes, attīsta personību, attīsta prasmi izvīrēt mērķus un attīsta domāšanas prasmes. No konstruktīvistu viedokļa mācību procesā ir jārada tādi apstākļi un iespējas, lai skolēns pats uzņemtos atbildību par savu zināšanu konstruēšanu, uzņemtos iniciatīvu par savu mācīšanos, izvēloties savām spējām atbilstošus uzdevumus un risinot problēmsituācijas. Konstruktīvisti izdala skolēnu integrēto prasmju galvenos aspektus: domāšanas un spriešanas prasmes, kuras ir nozīmīgākas par konkrēta mācību priekšmeta saturu; prasmi mācīties patstāvīgi risināt uzdevumus; ieinteresēt skolēnu pašam veikt atklājumu; prasmi pašam iegūst vispirms praktisku pieredzi uzdevumu risināšanā, tikai vēlāk kopā ar skolotāju uzdevumu atrisina un veic tā vispārinājumu. Savukārt kognitīvisti uzskata, ka mācīšanās ir skolēna pieredzes radīšanas process, kurā ir refleksijas, jēgas meklēšanas un zināšanu izmantošanas fāzes (Ulm, 2010).

Ievērojot konstruktīvistu un kognitīvistu uzskatus, var izveidot integrēto prasmju struktūru, kas sastāv no savstarpēji saistītiem komponentiem un rādītājiem: (1) prasmes reproducēt (aktualizēt, atlasīt un lietot); (2) prasmes pārņemt; (3) prasmes vispārināt (konkretizēt, klasificēt un abstrahēt).

Integrācijas īstenošanā tiek izmantoti kopsaistes jēdzieni; noskaidrotas sakarības starp kopsaistes jēdzieniem; veidotas sistēmiskas attieksmes starppriekšmetu struktūrā; attīstīts radošums, balstoties uz viena mācību priekšmeta kopējo likumsakarību izzināšanas un izpratnes pamata; vispārinātas iegūtās likumsakarības starp kopsaistes jēdzieniem.

Radošas idejas bieži rodas, kad pamanām neparastas saiknes, saskatām analogiju starp idejām, kas iepriekš nav tikušas saistītas. Radošas atklāsmes rodas kā rezultāts negaidītām kombinācijām vai asociācijām, kad lietas tiek saistītas no dažādām tradicionāli nesaistītām jomām un cilvēks domā nevis lineāri vienā līmenī, bet gan vienlaikus vairākos līmeņos. Radošā doma nojauc robežas dažādu informācijas avotu starpā, kad matemātiķi runā par problēmu un risinājumu vizualizēšanu, mūzikas komponēšanu saista ar padziļinātu matemātikas izpratni, vizuālā māksla izmanto telpisko intelektu (Robinsons, 2013).

Matemātiskas zināšanu un prasmju attīstību nosaka daudzi faktori: vide, kultūra un valsts politika. Starptautiskos pētījumos ir raksturoti valstu matemātiskās kompetences līmeņi (Geske, Grīnfelds, Kangro, & Kiseļova,

2012). Latvijā ir mazs skolēnu skaits, kuru zināšanas un prasmes atbilst augstākajiem kompetences līmeņiem. Mācību integrācijas modeļu pētīšanai, tika izvēlētas valstis ar augstākiem, vidējiem un zemākiem matemātikas rezultātiem, tās pārstāv Rietumu un Austrumu kultūru, Ziemeļu un Dienvidu puslodi.

**Pasaules pedagoģiskajā praksē** (Japānā, Vācijā, Turcijā, ASV, Dānijā) tiek veidoti integrācijas modeļi, kurā apvienoti vairāki mācību priekšmeti no vienas mācību jomas, no attālām mācību jomām, vai kurā zināšanas tiek integrētas ap dažu mācību priekšmetu vienojošiem objektiem, īpaši ņemot vērā skolēnu intereses, vajadzības, iespējas, kā arī skolēnu uzkrāto dzīves pieredzi. Tāda veida integrētajiem modeļiem raksturīga skolēnu un skolotāju augsta sadarbības pakāpe, elastība, individualizācija. Kā integrējošs faktors tiek izmantoti mācību satura komponenti, kuri tiek iekļauti citā kontekstā, tādējādi panākot daudz augstāku vispārināšanas līmeni, nezaudējot savu specifiku. Matemātika kā zinātnes valoda tiek izmantota kā integrējošs komponents saistībā ar citiem mācību priekšmetiem, gan radniecīgiem, gan attālākiem. Pētījumos tiek atzīmēts, ka pietrūkst teoriju un vispārinājumu kā veiksmīgi integrēt matemātiku ar citiem mācību priekšmetiem. (Kiray, 2012; Niss, 2002; Rath, 2006). Integrēto mācīšanos apgūst caur matemātisko modelēšanu. Katru tēmu mācās uz saturu balstītā integrācijā, nevis uz kontekstu (Moriyama, Suzuki, Miyazaki, & Sakakibara, 2007). Vispēcīgākā pieeja integrācijai ir balstīties uz zinātniskiem procesiem, nevis uz fizikas un matemātikas mācību saturu. Ir jāpēta citu valstu pieredze un jāuzmanās no pārspīlētas mācību priekšmetu satura integrācijas, kas padara seklu un virspusēju mācību saturu (Albrehta, 2001).

**Integrēto prasmju attīstība un kompleksie uzdevumi.** Kompleksie uzdevumi kā didaktiskā forma strukturāli vieno starppriekšmetu saikņu saturu un apgūšanas iespējas. Kompleksie uzdevumi tiek uzskatīti par skolēnu mācību izziņas darbību, kas balstās uz starppriekšmetu saikni, un vienlaikus ir kā starppriekšmetu saiknes līdzeklis, kas bagātina mācību metožu un paņēmieni sistēmu kopumā. Lai attīstītu skolēnos prasmi vispārināt un savstarpēji saistīt vairākos mācību priekšmetos gūtās zināšanas, prasmi aplūkot parādības to daudzveidīgo īpašību un attieksmju vienībā, kā arī novērtēt konkrēto no vispārīgā pozīcijām, ir nepieciešams iesaistīt skolēnus tādā darbībā, kas veicinātu viņos aktīvu sistēmiskās domāšanas attīstību (Broks, 2000; Moriyama, Suzuki, Miyazaki, & Sakakibara, 2007). To var panākt, izmantojot mācību materiāla sistēmisku izklāstu, risinot radošos uzdevumus, problēmsituācijas, kas padara darbību radošu, veicina prasmju attīstību no reproduktīvā uz radošo līmeni (Reihenova, 2018a; Reihenova, 2018b; Reihenova, 2018c).

**Matemātikas un fizikas kopsaiste.** Katrai no zinātnēm ir sava struktūra un sistematizācija. Matemātikai ir vajadzīgs konteksts, kuru fizika piedāvā ar reālās dzīves uzdevumiem, savukārt fizikai ir vajadzīgi matemātiskie rīki. Fizikas

uzdevumu tekstos jau ir integrēts reālās dzīves konteksts (Rath, 2006). Arī filozofs Bēkons atzīmē, ka vislabāk dabas pētīšana veicas tad, ja tā iesāk ar fiziku un beidzas matemātikā (Bēkons, 1989). Fizikas zinātnes saturu izsaka matemātiskas sakarības un to interpretācija ar abstraktiem modeļiem (Kiray, 2012; Zeps, 2009). Matemātikai ir it kā divas dabas, viena attiecībā pret domāšanas disciplīnu kā tādu un otra attiecībā pret dabu kā pētāmu objektu (Zeps, 2007). Sakārtojot sarežģītus domu kopumus, tiek veidoti atbilstoši vispārinājumi, kur īstenojas pacelšanās no sarežģītā uz vienkāršo, jo skolēni apzina pasauli pa daļām, tās savstarpēji salīdzinot un kopsaistot (Broks, 2006).

Ikviena lieta, process skolēna apziņā veidojas kā sistēma, horizontālo un vertikālo sistēmu veidojošo daļu kopsaistībā. Sistēmu sintēze (indukcija, integrācija) nozīmē pacelšanos no sarežģītā uz vienkāršāko, daļu apvienošanu jaunā veselumā, savukārt sistēmu analīze (dedukcija, diferencēšana) nozīmē nolaišanos no vienkāršā uz sarežģītāko, veselā sadalīšanu daļās. Sistēmu teorijas skatījumā domāšana ir procesuāla sistēma (Broks, 2006). Ja skolēna mācīšanās mērķis ir prasme risināt problēmas, radīt jaunas idejas un attīstīt domāšanas prasmes, tad ir īstenojama paša skolēna atklājumu veicinošā pieeja-problēmu uzdevumu risināšana (Geidžs, 1999; Reihenova, 2018a; Reihenova, 2018c).

Matemātikas uzdevumu risināšanas prasmes tiek dalītas trīs grupās: reprodukcijas, kopsakarību, matemātiskās domāšanas un vispārināšanas grupa (Geske, Grīnfelds, Kangro, & Kiseļova, 2012). Izglītībā tiek īstenota mācīšanās iedziļinoties, tas ir process, kura laikā skolēni attīsta spēju vispārināt, pārnest jaunās zināšanas un prasmes uz jaunām, nezināmām situācijām, kā arī attīsta un nostiprina augstāka līmeņa domāšanas prasmes- konkretizēšanu, klasifikāciju un abstrahēšanu. Savukārt risinot problēmas, lieto metakognitīvos paņēmienus, lai veidotu izpratni par procesiem (Namsone, 2018; Skola 2030; Šteinberga, 2013). Procesā pastāv saikne starp atsevišķiem elementiem, jo ikvienam notiekošā aspektam un posmam ir jābūt savstarpēji saistītam ar citiem aspektiem un posmiem. Radošums sasaista atsevišķus mijiedarbībā esošus procesus, arī radīšanu un vērtēšanu.

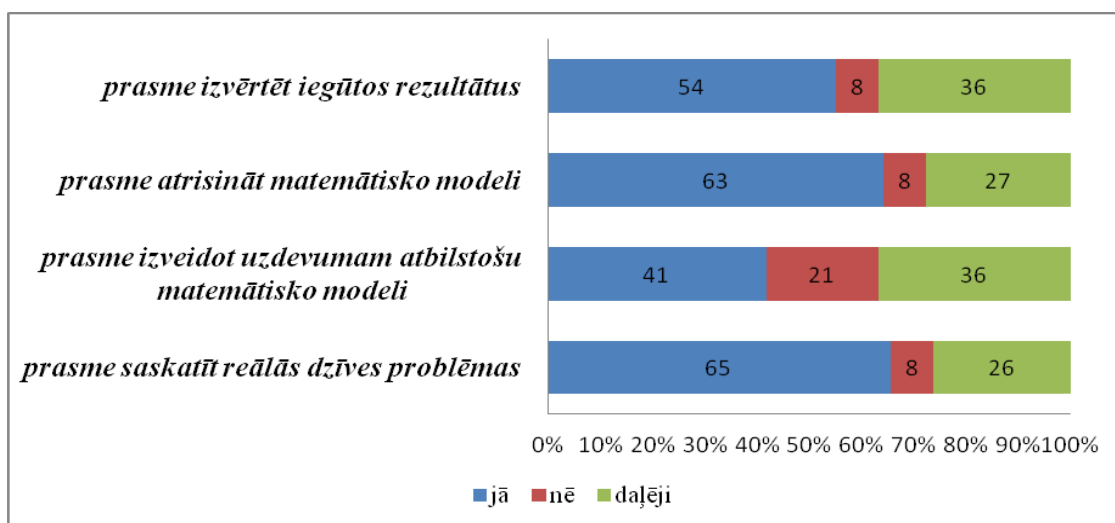
Skolēnam uz interešu mācību priekšmeta satura pamatkodola ir jāprot saskatīt pamatjēdzienus, kategorijas un svarīgākās likumsakarības, jāprot attīstīt prasmi vispārināt dabā notiekošos procesus un zinātniski izskaidrot pasaules uzbūves principus, tad skolēns prātīs apjēgtās likumsakarības pārnest uz sasaistes mācību priekšmetiem, tādējādi interešu mācību priekšmeta saturs ir jāapgūst dziļi un pamatīgi, lai iegūtās zināšanas, prasmes un iemaņas būtu izprastas un iestrādātas. Interešu mācību priekšmeta satura izpratne veicina skolēnu personiskās iniciatīvas attīstību, meklējot patstāvīgus risināšanas ceļus, tādējādi skolēns risinās tos uzdevumus, kuri viņu interesē, lai padziļinātu un/vai paplašinātu zināšanas un prasmes konkrētajā mācību priekšmetā.



## Pētījuma rezultāti Research results

Pētījumā datu analīzei izmantots gadījuma pētījumu dizains. Skolēni mācību stundu laikā risināja kompleksus uzdevumus (1.pētījums- kustība pa horizontālu virsmu; n=24) un veica kompleksu pētījumu (2.pētījums- rotācijas kustība; n=30). Pētījumā (1.pētījuma) dati iegūti, izmantojot skolēnu darbus un aptauju ar atvērtiem jautājumiem, kur skolēni rakstiski veica refleksiju par uzdevumu izpratni (skat. 1.attēlu). Dati apstrādāti, grupējot skolēnu atbildes pēc refleksijas un izveidojot padziļinātu aptauju ar slēgtiem jautājumiem, lai iegūtos datus, būtu vieglāk analizēt un vispārināt (Pipere, 2016).

Kompleksus uzdevumus (2.pētījums) risinot, skolēni pielietoja zināšanas un prasmes reālas dabas uzdevumu risināšanā. Tika mērītas prasmes, kā skolēni prot modelēt reālās dabas procesus, kā prot integrēt matemātikas un fizikas zināšanas un prasmes, lai risinātu reālas problēmsituācijas. Kā matemātikas uzdevumu sarežģītības līmenis ietekmē skolēna domāšanas un integrēto prasmju līmeni? Problēmsituāciju izpratne atspoguļota 1.attēlā.



1.attēls. Refleksija par uzdevumu izpratni  
Figure 1 Reflection on understanding tasks

Veicot refleksiju par kompleksu uzdevumu (1.pētījums) risināšanu, tika iegūti secinājumi, ka integrētu uzdevumu risināšana rada problēmas skolēniem, jo viņi neizprot sākuma uzdevuma nosacījumus; neprot tos pārnest uz jaunu situāciju; pietrūkst zināšanu un prasmju matemātikā un fizikā, lai risinātu kustību uzdevumus; neprot iegūtās zināšanas vispārināt uz atbilstošiem reālās dabas procesiem.

Skolēnu atbildes uz atvērtu jautājumu (refleksija pēc veiktā darba), kādas radās problēmas risinot kompleksus uzdevumus, tika sagrupētas sekojošās

kategoriņās: problēmas, kuras saistās ar reālās dabas procesu pārneši uz matemātikas valodas lietojumu - 34% skolēniem; problēmas, kuras saistās ar matemātikas valodas lietojumu, t.i., vienādojumu vai sistēmu sastādīšanu un to atrisināšanu - 43% skolēniem; problēmas, kuras saistās ar nepietiekamu pamatskolas zināšanu līmeni - 13% skolēnu; problēmas, kas saistās ar personības iezīmēm- kā motivācijas trūkumu pabeigt uzdevumu - 4% skolēnu.

Atbildes uz jautājumu, kura mācību priekšmetu satura zināšanas, skolēns izmantoja par pamatu, lai atrisinātu uzdevumus, sagrupējās sekojoši: matemātikas- 65%; fizikas- 13%; vienlīdz abas- 21%, iegūtās atbildes sakrīt ar skolēnu interešu priekšmetiem. Būtiska ir skolēna piebilde, kurš skaidro, ka ar fizikas zināšanām pamatoja situācijas aprakstu, bet ar matemātikas paņēmieniem atrisināja uzdevumu, savukārt pārdomas radīja kāda skolēna atbilde, kurā teikts, ka uzdevumus bija iespējams atrisināt, pielietojot tikai matemātikas zināšanas un prasmes.

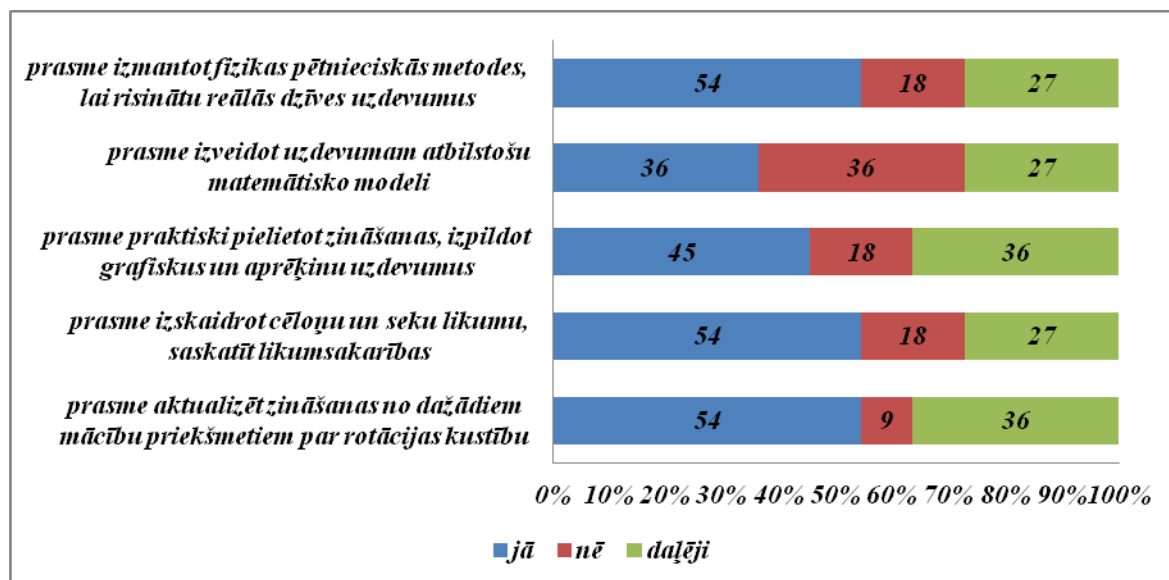
Skolēni (tikai 4%), kuri prata vispārināt iegūtās zināšanas, atzīmēja, ka lietojot starppriekšmetu saiknes, viņi sakārtoja, vispārināja un nostiprināja zināšanas savos interešu mācību priekšmetos. Integrēto prasmju augsts attīstības līmenis, izpildot kompleksos uzdevumus, izpaudās integrēto prasmju struktūras visu svarīgāko darbību brīvā pārvaldīšanā: izziņas intereses aktivizācijā; zināšanu pārņemšanā no viena mācību priekšmeta uz citu; zināšanu vispārināšanā; patstāvīgas, nestandarta pieejas darbam izmantošanā, risinot starppriekšmetu problēmas kompleksu uzdevumu veidā.

Produktīvi atrisinot kompleksus uzdevumus, skolēni apgūst prasmi pielietot un attīstīt integrētās prasmes: prasmi sistematizēt zināšanas no dažādiem mācību priekšmetiem par kopējiem izpētes objektiem; prasmi izskaidrot parādību cēloņu un sekas saikni; prasmi praktiski pielietot zināšanas, kuras iegūtas dažādos mācību priekšmetos; prasmi sniegt sarežģīta objekta kompleksu daudzpusīgu raksturojumu (skatīt 1.attēlā). Skolēniem pietrūkst integrētās prasmes- zināšanu pārņemšanas prasmes no fizikas uz matemātiku, lai aprakstītu procesu ar matemātisko modeli. Rezultāti parāda, ka nav attīstīta integrētā prasme, zināšanu pārņemšanai no fizikas uz matemātiku, arī (Kiray, 2012) savā pētījumā atzīmēja, ka matemātiku integrēt nav ieteicams kopā ar fiziku. Integrētu zināšanu struktūras ir jāiestrādā pakāpeniski.

Kompleksu uzdevumu risināšanā tika pētīti starppriekšmetu sakari starp matemātikas un fizikas mācību priekšmetu saturu elementiem, kuros ir svarīgi, pirmkārt, lai abi mācību priekšmeti pētītu vienu un to pašu objektu (1.pētījums), otrkārt, lai viena mācību priekšmeta pētīšanas metodes tiktu izmantotas objektu likumsakarību pētīšanā citā mācību priekšmetā (2.pētījums), treškārt, lai dažādi mācību priekšmeti atšķirīgu objektu pētīšanā izmantotu vienu un to pašu teoriju, tas atspoguļojas, kā skolēnu integrētās prasmes realizējas dažādos līmeņos.

Skolēni kompleksu pētījumu (2.pētījums) veica pāros. Darba sākumā veica empīrisku pētījumu, par rotācijas kustības likumsakarību iegūšanu, bet darba otrajā daļā pielietoja iegūtās likumsakarības konkrētu uzdevumu risināšanā. Pētījuma aprakstā bija noformulēti tikai darba uzdevumi, bet skolēniem bija jāatklāj, jāizpēta un jāuzraksta likumsakarības starp lielumiem. Ievaddaļā pāris izmantoja empīriski iegūtos datus, veica datu grafisko interpretāciju, ieguva likumsakarības, noformulēja hipotēzes, tās pierādīja un vispārināja. Mācību un zinātniskos pētījumos tiek izdalīti pētījuma līmeņi: ierobežots, strukturēts, vadīts un atvērts. Skolēniem piedāvātais pētījums bija daļēji vadīts, bet netika noteikta pētījuma metode, tādējādi skolēniem tika dota iespēja pašiem lemt, kā izpētīt problēmu. Atvērtu pētījumu var realizēt tikai tie skolēni, kuriem ir augsti attīstītas pētnieciskās un domāšanas prasmes.

Pētījuma gaitā tikai 6% skolēnu izvirzīja vispārinājumu, kā zinātniskas atziņas, par iegūtām likumsakarībām. Rakstot zinātniskās atziņas, skolēnam jāprot integrēt zinātniskos jēdzienus un zinātnes metodes, jāprot savienot konceptuālās zināšanas ar procesa prasmēm. Kompleksā pētījuma rezultāti ir atspoguļoti attēlā (skatīt 2.attēlu). Vislielākās problēmas skolēniem sagādāja matemātiskā modeļa izveide - 36%. Kompleksais pētījumā tika piedāvāts tādā veidā, ka galvenais akcents tika likts uz procesu vienojošām pētniecības metodēm, kas sasaista šo mācību priekšmetu saturus.



2.attēls. Rotācijas kustības likumsakarību iegūšana  
 Figure 2 Obtaining rotational motion regularities

Integrēto prasmju struktūra sastāv no savstarpēji saistītiem komponentiem, kritērijiem un līmeņiem (pietiekams, optimāls un augsts): (1) prasmes reproducēt (aktualizēt, atlasīt un lietot); (2) prasmes pārnest; (3) prasmes vispārināt (konkretizēt, klasificēt un abstrahēt). Darbā tika mērīta integrētā

prasme. Prasme vispārināt- augstā līmenī tika izmērīta tikai 6% skolēnu, tā atspoguļoja prasmi vispārīgā veidā pierādīt hipotēzi, bet prasme zināšanas pārnest- vienādi sadalījās pa visiem prasmju līmeņiem, savukārt visvairāk attīstītā- prasme ir reproducēt optimālā līmenī.

Matemātikas apguves mācību procesā svarīga ir ne tikai konkrētu algoritmu apguve un to pielietošana uzdevumu risināšanā, bet gan domāšanas prasmju un paņēmienu apguve, prasme analizēt uzdevumu nosacījumus, meklēt savstarpējās saistības starp dotajiem un nezināmajiem. Matemātikas abstraktā rakstura dēļ mācīšanās nevar izmantot empīriskā rakstura mācību priekšmetu pieejas, tāpēc matemātikā rodas problēma mācīšanās paņēmienu atrašanās, kuri skolēnu domāšanu no konkrētā atsevišķā līmeņa var pacelt līdz abstraktajam vispārīgajam līmenim. Savukārt veiksmīgi pielietojot mācību priekšmetu integrāciju, skolēns mācās abstrahēšanos. Arī kompleksajā uzdevumā skolēniem nav attīstīta integrētā prasme, zināšanu pānesei no fizikas uz matemātiku, saprotams, ka prasme ir jāapgūst pakāpeniski.

Integrēto prasmi vispārināt- raksturo konkretizācija, klasifikācija un abstrahēšana. Kompleksajā pētījumā skolēnam vajadzēja iegūto vispārīgo likumsakarību pārcelt uz konkrētu uzdevumu, piekārtot aprakstītajam procesam, lai uzdevumu atrisinātu, tādā darbībā tika noteikta integrētā prasme- konkretizēt (57%). Tālāko uzdevumu risināšanas procesā skolēns, tikai pēc sev zināmas īpašības, sagrupēja un pārgrupēja lielumus, konstantos un mainīgos, zināmos un nezināmos, kamēr izveidoja matemātisko modeli, tā tika mērīta integrētā prasme- klasificēt (34%). Nākamajā uzdevumā skolēnam vajadzēja parādīt integrēto prasmi- abstrahēties (39%), saskatot svarīgāko likumsakarību dabas attēlā un atrisināt uzdevumu bez dotajiem lielumiem (nosacīti). Jo sarežģītāka risināmā problēma, jo tiek izmantotas augstākas domāšanas prasmes, jo skolēns attīsta sarežģītākas integrētās prasmes.

Darba noslēguma daļa bija sarežģītāka, tomēr skolēni to veica produktīvi. Viņi centās izmantot vienā mācību priekšmetā (matemātikā) iegūtās zināšanas. Matemātikas sasniegumus nevar attīstīt, ja matemātiku integrē kopā ar citām zinātnēm. Izmantojot secīgās integrācijas veidu, matemātikas sasniegumi bija vērā ņemami, bet izmantojot paralēlo un pilnīgo- sasniegumi bija ievērojami zemāki. Matemātikas sasniegumi nepalielinās, ja matemātiku integrē cita priekšmeta kontekstā. Izmantojot matemātikas un fizikas integrācijas modeļus, abām zinātnēm ir atšķirīgi sasniegumi, to ietekmē integrācijas pieejas un formas (Kiray, 2012; Kurt & Pehlivan, 2013).

## **Secinājumi** **Conclusions**

Mācību priekšmetu integrācija mācīšanās procesā būs produktīva, ja skolēnam būs labas satura zināšanas un prasmes interešu priekšmetā, apjēgta jēdzienu izpratne un to lietojums, kā arī, ja viņš prātīs pamata mācību priekšmetā iegūtās zināšanas pārnest uz radnieciskiem mācību priekšmetiem un prātīs tās pielietot līdzīgās situācijās.

Integrēto prasmju struktūra sastāv no savstarpēji saistītiem komponentiem: (1) prasmes reproducēt (aktualizēt, atlasīt un lietot); (2) prasmes pārnest; (3) prasmes vispārināt (konkretizēt, klasificēt un abstrahēt).

Lai attīstītu skolēnos prasmi vispārināt un savstarpēji saistīt vairākos mācību priekšmetos gūtās zināšanas, prasmi aplūkot parādības to daudzveidīgo īpašību un attieksmju vienībā, kā arī novērtēt konkrēto no vispārīgā pozīcijām, ir nepieciešams iesaistīt skolēnus tādā darbībā, kas veicinātu viņos aktīvu sistēmiskās domāšanas attīstību, to var panākt, attīstot integrētās prasmes.

Ar starppriekšmetu saikņu palīdzību skolēni mācās izprast mūsdienu zinātnes paradigmu, tādējādi ir nepieciešams aplūkot problēmas, kas satur pasaules izpratnes jēdzienus un vispārinājumus; rast iespējas skolēniem no plašāka skatupunkta kompleksi un vispusīgi skatīt dabas procesu un sabiedrības dzīves aktuālāko problēmu būtību; izcelt katrā mācību priekšmetā galveno teorētisko jēdzienu un pasaules uzskata vispārinājumu pamatkodolu un sagatavot skolēnus to apgūšanai mācību stundās un interešu nodarbībās.

Pētot pasaules valstu matemātikas pedagoģiskos integrācijas modeļus noskaidrojās, ka, lai veiktu vertikālo integrāciju, skolēnam ir jābūt labām zināšanām un prasmēm matemātikā. Horizontālā integrācija saistās ar starppriekšmetu saiknes izmantošanu matemātikas mācīšanās procesā.

## **Summary**

In the modern age, the fields of science are characterized by mutual convergence. The most valuable discoveries are made in the interdisciplinary field and new discoveries need to be included in the school curriculum. Integrating learning content is the highest level of cross-curricular communication, so learning content needs to be arranged so that the student has a global understanding of the subject. The aim of the article is to emphasize the depth of comprehension of the content of the subject of the student's interest, because based on the understanding of the content of the subject, new knowledge will be integrated and new skills will be developed that the student will be able to transfer to other subjects by solving problem situations. The topicality of the article is related to the integration approach, that the main focus is not on the content of the integrated subjects, but on the scientific processes uniting them, which link the contents of these subjects. Researching the mathematical pedagogical

integration patterns of countries around the world, it became clear that in order to achieve vertical integration, the student must have good knowledge and skills in mathematics. Horizontal integration involves the use of cross-curricular links in the process of mathematics learning. The elements of linking the integration process are objects, research methods and scientific theories. The structure of integrated skills is based on the ability to produce, transfer and generalize knowledge. It is essential to observe the student's interests, abilities, self-regulatory process and learning skills by choosing the depth or range of mastering the content of mathematics.

In the research, students' complex tests and questionnaires with open questions were used for data acquisition. Case study design was used for data analysis. The study was conducted in a high school where students can choose a curriculum that is partly related to their interests. For these students, one of the subjects of interest is physics, programming or mathematics, where mathematics is acquired at an advanced level, so mathematics is linked to a vertical or horizontal integration process. The results show that part of the students could study mathematics in depth in the future; part of the students – related science; part of the students would choose non-commercial science studies.

### **Literatūra References**

- Albrehta, D. (2001). *Didaktika* [Didactic]. Rīga: RaKa.
- Bēkons, F. (1989). *Jaunais organons* [Novum Organum]. Rīga: Zvaigzne.
- Broks, A. (2000). *Izglītības sistemoloģija* [Systemology of Education]. Rīga: RaKa.
- Broks, A. (2006). *Ontodidaktika izglītības saturā attīstībai*. Pieejams: [http://blogi.lu.lv/broks/files/2010/03/A.Broks\\_SkNr.582006.pdf](http://blogi.lu.lv/broks/files/2010/03/A.Broks_SkNr.582006.pdf)
- Capra, F. (1975). *The Tao of physics*. Retrieved from [http://www.vielewelten.at/pdf\\_en/capra.pdf](http://www.vielewelten.at/pdf_en/capra.pdf)
- Čehlova, Z., & Grinpauks, Z. (2003). *Skolēnu integratīvo prasmju veidošana*. Rīga: RaKa.
- Geidžs, N.L., & Berliners, D.C. (1999). *Pedagoģiskā psiholoģija* [Educational psychology]. Rīga: Zvaigzne ABC.
- Geske, A., Grīnfelds, A., Kangro, A., & Kiseļova, R. (2012). *Latvija OECD Starptautiskajā skolēnu novērtēšanas programmā 2012 – pirmie rezultāti un secinājumi*. Pieejams: [https://www.ipi.lu.lv/fileadmin/\\_migrated/content\\_uploads/Latvija\\_SSNP\\_2012\\_pirmie\\_rezultati\\_un\\_secinajumi.pdf](https://www.ipi.lu.lv/fileadmin/_migrated/content_uploads/Latvija_SSNP_2012_pirmie_rezultati_un_secinajumi.pdf)
- Kiray, S.A. (2012). *A new model for the integration of science and mathematics: The balance model*. Retrieved from <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED546468.pdf>
- Kurt, K., & Pehlivan, M. (2013). *Integrated Programs for Science and Mathematics: Review of Related Literature*. Retrieved from <https://eric.ed.gov/?id=ED543277>
- Lāslo, E. (2014). *Ceļvedis pasaules pārmaiņās* [Quantum Shift in the Global Brain]. Rīga: Jumava.
- Moriyama, J., Suzuki, T., Miyazaki, M., & Sakakibara, Y. (2007). *Integrated Learning of "Modeling" through Mathematics, Science and Technology*. Retrieved from <https://www.iteea.org/File.aspx?id=86696&v=4e822661>

- Namsone, D. (2018). Kolektīvā monogrāfija. *Mācīšanās lietpratībai*. LU Akadēmiskais apgāds. Pieejams: [https://www.siic.lu.lv/fileadmin/user\\_upload/lu\\_portal/projekti/siic/Kolektiva\\_monografija/Macisanas\\_Lietpratibai.pdf](https://www.siic.lu.lv/fileadmin/user_upload/lu_portal/projekti/siic/Kolektiva_monografija/Macisanas_Lietpratibai.pdf)
- Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish komprojekt*. Retrieved from <http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve375/1112/docs/KOMkompetenser.pdf>
- Pipere et al, (2016). *Pētniecība: teorija un prakse* [Research: Theory and Practice]. Rīga: RaKa.
- Rath, G. (2006). *Auseinandergelebt? Physik und Mathematik. Probleme und Lösungsansätze zur Koordination*. Retrieved from <https://pluslucis.univie.ac.at/PlusLucis/061/s0913.pdf>
- Reihenova, A. (2018a). *Vidusskolēnu domāšanas veidi matemātikas mācīšanās procesā*. Pieejams: Society. Integration. Education. Proceedings of the International Scientific Conference. 2018, Volume II, 405-418.
- Reihenova, A. (2018b). Self-motivated Secondary School Student in Learning Mathematics. *The 60st International Scientific Conference of Daugavpils University*. Retrieved from [https://dukonference.lv/files/DU%2060%20starpt%20zinatn%20konf%20tezes\\_DRAFT.pdf](https://dukonference.lv/files/DU%2060%20starpt%20zinatn%20konf%20tezes_DRAFT.pdf)
- Reihenova, A. (2018c). *Mācību pētnieciskās prasmes matemātikas stundās vidusskolā* [Secondary school students' types of thinking in learning maths]. Retrieved from <http://journals.rta.lv/index.php/PSPI/issue/view/102>
- Riegel, C., Scherr, A., & Stauber, B. (2010). *Transdisziplinäre Jugendforschung. Grundlagen und Forschungskonzepte*. VS Verlag.
- Robinsons, K. (2013). *NE tikai AR PRĀTU* [Out of our Minds]. Rīga: Zvaigzne ABC.
- Sawyer, R.K. (2008). *Optimising learning implications of learning sciences research*. Retrieved from <http://www.oecd.org/site/educeri21st/40554221.pdf>
- Skola 2030. *Atbalsts mācību pieejas maiņai* [School 2030: Description of Educational Curriculum and Learning Approach]. R.: VISC. Pieejams: <https://www.skola2030.lv/>
- Siliņš, E.I. (2008). *Lielo patiesību meklējumi* [Searching for the Great Truths]. Rīga: Jumava.
- Šteinberga, A. (2013). *Pedagoģiskā psiholoģija* [Pedagogical Psychology]. Rīga: RaKa.
- Ulm, V. (2010). *Systemic innovations of mathematics education with dynamic worksheets as catalysts*. Retrieved from <http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg7-24-ulm.pdf>
- Vilbers, K. (2010). *Visaptverošā teorija* [A Theory of Everything]. Rīga: Jumava.
- Zeps, D. (2007). *Par matemātikas dabu. Par matemātiku un realitāti*. Pieejams: [https://www.academia.edu/2739591/Par\\_matem%C4%81tikas\\_dabu.\\_Par\\_matem%C4%81tiku\\_un\\_realit%C4%81ti?auto=download](https://www.academia.edu/2739591/Par_matem%C4%81tikas_dabu._Par_matem%C4%81tiku_un_realit%C4%81ti?auto=download)
- Zeps, D. (2009). *Matemātika un fizika ir viens un tas pats. Ceļā uz tās vienkāršošanu*.
- Žogla, I. (2001). *Didaktikas teorētiskie pamati* [Theoretical Background of Didactic]. Rīga: Zvaigzne.